

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И.А. БУНИНА»

ИНСТИТУТ ИСТОРИИ НАУКИ И ТЕХНИКИ ИМ. С.И. ВАВИЛОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

**СБОРНИК ТРУДОВ ВСЕРОССИЙСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
ПО ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО
ОБРАЗОВАНИЯ, ПОСВЯЩЕННОЙ 130-ЛЕТИЮ
СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ Н. Н. ЛУЗИНА**

9 - 10 декабря 2013 г.

Елец – 2013

УДК 51(091); 51(092)

ББК 22.1г

С 23

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Елецкого государственного университета имени И.А. Бунина
от 26. 09. 2013 г., протокол № 5

Редакционная коллегия:

Герасимова Евгения Николаевна – доктор педагогических наук, профессор, ректор Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина;

Демидов Сергей Сергеевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий Отделом истории физико-математических наук Института истории науки и техники им. С.И. Вавилова Российской академии наук;

Мельников Роман Анатольевич – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (ответственный редактор);

Саввина Ольга Алексеевна – доктор педагогических наук, профессор, зав. кафедрой математического анализа и элементарной математики ЕГУ им. И.А. Бунина (ответственный редактор).

С 23 Сборник трудов Всероссийской конференции по истории математики и математического образования, посвященной 130-летию со дня рождения Н.Н. Лузина. 9-10 декабря 2013 г. – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2013. – 240 с.

ISBN 978-5-94809-649-0

В сборнике представлены доклады участников Всероссийской конференции по истории математики и математического образования, посвященной 130-летию со дня рождения Н.Н. Лузина. География участников и спектр поднятых проблем очень широк. Настоящий сборник адресован преподавателям математики вузов, аспирантам, студентам и всем, кто интересуется математикой, ее историей, современными проблемами и историей отечественного математического образования.

УДК 51(091); 51(092)
ББК 22.1г

ISBN 978-5-94809-649-0

© Елецкий государственный
университет им. И.А. Бунина, 2013

ВСТУПЛЕНИЕ



Николай Николаевич Лузин родился 27 ноября (9 декабря) 1883 года в сибирском городе Томске в семье торгового служащего¹. Его дед по отцу был крепостным крестьянином графа Строганова, отец, Николай Митрофанович Лузин, родом из села Сепыч Томской губернии; мать, Ольга Николаевна Лузина, происходила из забайкальских бурят.

Отец мальчика стремился дать своему сыну хорошее образование. Для получения начального образования Николай был определен в частную школу, после окончания которой его приняли в губернскую гимназию.

В старших классах гимназии Н.Н. Лузин столкнулся с трудностями при изучении математики. Отец в качестве репетитора пригласил талантливого студента недавно открытого в Томске Политехнического института, который показал будущему академику, что математика является не набором формальных правил, требующих механического зазубривания, а системой рассуждений. Он помог мальчику перерешать задачи из различных задачников по элементарной математике. Результат сказался незамедлительно: Николай стал лучшим по математике среди гимназистов.

После окончания в 1901 г. гимназии Лузин с родителями уехал в Москву, где поступил на математическое отделение физико-математического факультета Московского университета. Свое будущее Николай хотел связать с инженерной деятельностью и мечтал поступить в Санкт-Петербургский политехнический институт, но, опасаясь трудных вступительных экзаменов (а конкурс в это учебное заведение был тогда чрезвычайно высоким), предпочел предварительно получить серьезную математическую подготовку, тем более что с двухлетним университетским математическим образованием в Политехнический принимали без экзаменов.

В университете он сразу же попал под влияние известных профессоров-математиков, в числе которых особо следует отметить Н.В. Бугаева, К.А. Андреева, Б.К. Млодзеевского и Д.Ф. Егорова. В результате он настолько увлекся математикой, что вскоре забыл о первоначальном намерении стать инженером.

В первые годы университетской учебы Н.Н. Лузин вместе с родителями снимал номер в гостинице «Кокоревское подворье». Затем по реко-

¹ Биографию Н.Н. Лузина можно найти в: Бари Н.К., Голубев В.В. Биография Н.Н. Лузина // Собрание сочинений Н.Н. Лузина. Т.3. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – С. 468–483; Кузнецов П.И. (сост.) Николай Николаевич Лузин (к 100-летию со дня рождения). Сб. статей. – М.: Знание, 1983; Лаврентьев М.А. Николай Николаевич Лузин // Успехи матем. наук, 1974, т. 29, в. 5, – С. 177–182.

мендации одного из товарищей он снял комнату на Арбате, в семье вдовы врача Малыгина. Семья состояла из старушки-вдовы Малыгиной и ее дочери Надежды Михайловны (с 1907 г. жена Лузина).

В университете он сошелся со студентом П.А. Флоренским, также учившимся на математическом отделении одним курсом старше. Философские и богословские интересы Флоренского, ставшего впоследствии выдающимся русским философом и богословом, оказали на него сильное влияние, во многом предопределившее глубокий интерес к философии, не покидавший его до конца жизни².

С первых лет обучения не без влияния Флоренского в круг его интересов попала теория множеств – новый тогда раздел математики, созданный в последней трети XIX в. немецким ученым Г. Кантором. На основании этой теории в 1890-е годы французскими математиками Э. Борелем, А. Лебегом и Р. Бэром была построена теория разрывных функций – теория функций действительного переменного. К изучению этих вопросов Лузин и приступил.

В 1905 г. нормальный ход университетских занятий был нарушен революционными событиями. Опасаясь вовлечения в них талантливого студента (а переживать было из-за чего – под кроватью Лузина его товарищи, революционно настроенные студенты, ухитрялись хранить бомбы и прокламации), его учитель Д.Ф. Егоров организовал для него командировку в Париж, куда отправил его вместе с другим своим учеником В.В. Голубевым.

В этот период (1905–1907 годы) Лузин испытывал тяжелый душевный кризис, сомневался даже в правильности сделанного выбора профессии. В своих письмах³ Д.Ф. Егоров пытался воздействовать на неуравновешенного юношу, убеждал его продолжить серьезные занятия математикой. Большую духовную помощь оказал ему своими письмами и Павел Флоренский. В итоге Н.Н. Лузин постепенно вернулся к избранной науке: к работе в парижских библиотеках, занятиям в Сорбонне, где он посещал лекции Бореля по теории целых функций и А. Пуанкаре по разложению в ряды пертурбационных функций небесной механики, а также в Collège de France, где он слушал курсы Ж. Адамара о теории распространения волн и Г. Дарбу по теории поверхностей.

Возвратившись в Россию, Н.Н. Лузин продолжил обучение в Московском университете, который с успехом окончил в 1906 г., и был оставлен при университете для подготовки к профессорскому званию.

² Переписка Н.Н. Лузина с П.А. Флоренским (публикация и примечания С.С. Демидова, А.Н. Паршина, С.М. Половинкина и П.В. Флоренского) // Историко-математические исследования. Вып. 31. 1989. С. 125 – 190.

³ Письма Д.Ф. Егорова к Н.Н. Лузину (Предисловие П.С. Александрова. Публикация и примечания Ф.А. Медведева при участии А.П. Юшкевича) // Историко-математические исследования. Вып. 25. 1980. С. 335–361.

К 1909 г. он сдал магистерские экзамены и получил существовавшее тогда звание «магистранта» вместе с правом преподавания в высшей школе по прочтении двух пробных лекций, одной по собственному выбору и второй по назначению факультета. Лузин прочел пробные лекции и предполагал с осени 1910 г. начать преподавание в университете. Однако приступить к этим занятиям ему тогда не пришлось, так как он был направлен в новую научную командировку в Гёттинген (Германия) и Париж (Франция) для усовершенствования математических знаний и приобретения исследовательского опыта.

Эта командировка, особенно ее парижская часть, оказалась для Лузина чрезвычайно плодотворной. Он работал в семинаре Ж. Адамара, завязал тесные контакты с Э. Пикаром, Борелем, Лебегом, А. Данжуа и др. Он много и успешно трудился над диссертацией и в 1912 г. опубликовал несколько заметок в *Comptes Rendus* Академии наук Франции, обративших на него внимание математического мира. В частности, в одной из них содержалась теорема о C -свойстве, носящая ныне его имя.

Летом 1914 г. Лузин уже в Москве и приступил к преподаванию в университете в должности приват-доцента.

27 апреля 1916 г. состоялась защита магистерской диссертации «Интеграл и тригонометрический ряд», опубликованной еще в 1915 г. Этот труд, во многом определивший дальнейшее развитие метрической теории функций, включал постановку нескольких нерешенных проблем, на протяжении десятков лет служивших источником вдохновения для математиков.

В отзывах официальных оппонентов (профессоров Д.Ф. Егорова и Л.К. Лахтина) и в ряде других выступлений были отмечены совершенно исключительные достоинства работы. Ученый совет физико-математического факультета единогласно постановил присудить Н.Н. Лузину степень доктора чистой математики, минуя промежуточную степень магистра (случай, весьма редкий в практике отечественных университетов того времени). В конце того же года он был утвержден в должности экстраординарного профессора по кафедре чистой математики.

Период с 1914 по 1924 гг. – время расцвета научной и педагогической деятельности ученого. Кроме обязательных курсов он из года в год читал факультативный курс по теории функций действительного переменного и вел специальный исследовательский семинар. Именно этот читаемый из года в год специальный курс и сопровождающий его семинар и стали центром, из которого выросла *Московская школа теории функций* – замечательный памятник славной научной деятельности Лузина.

На этом семинаре выросло первое поколение учеников Лузина – легендарной Лузитании. В 1916 г. в *Comptes Rendus* Академии наук Франции публикуются первые результаты его учеников – А.Я. Хинчина, обобщившего понятие интеграла Данжуа, Д.Е. Меньшова по проблеме единствен-

ности представления функции тригонометрическим рядом и П.С. Александрова о мощности несчетных борелевских множеств. Все эти результаты, доложенные на лузинском семинаре, были получены еще в пору студенчества их авторов. А в том же 1916 г. студент третьего курса М.Я. Суслин, используя операцию, введенную П.С. Александровым (Суслин назвал ее А-операцией), построил пример множества, не являющегося борелевским. Так в математику вошли множества, известные ныне как суслинские, или А-множества, или аналитические. Их изучение стало оригинальной тематикой московской школы, предварительные итоги которым были подведены Лузиным в его знаменитой монографии «Лекции об аналитических множествах и их приложениях», появившейся в 1930 г. в известной борелевской серии.

Идеи Лузина по дескриптивной теории множеств получили широкое распространение в мире, особенно в Польше. Этому способствовал В. Серпинский, который провел первые годы Первой мировой войны в Москве, работая в непосредственном контакте с Лузиным.

Годы революции и гражданской войны тяжело отразились на жизни научного сообщества. Особенно сложной оказалась ситуация с продовольствием и топливом в столицах – в Петрограде и Москве. Н.Н. Лузин с некоторыми из своих учеников спасался в Иваново-Вознесенске, в открывшемся там политехническом институте. Иваново-Вознесенск превратился в период 1919 – 1922 гг. в один из наиболее оживленных математических центров страны. В 1922 г. ученый вернулся в Москву, возобновились регулярные заседания его семинара. Несмотря на материальную скудость тогдашнего существования и идеологические преследования, разворачивавшиеся в университете, творческая жизнь Лузитании забила ключом. К старым ее участникам добавились новые – Л.А. Люстерник, Н.К. Бари, М.А. Лаврентьев, Л.Г. Шнирельман, П.С. Новиков, Л.В. Келдыш, А.Н. Колмогоров, В.И. Гливенко. Математический гений Лузина, сумевшего в эти годы поддерживать высочайшее напряжение творческой атмосферы Лузитании, и мудрость Д.Ф. Егорова, обеспечивавшего широту исследовательского диапазона, создавали идеальные условия для успешной работы москвичей.

Признанием научных заслуг Лузина стало его избрание в 1927 году членом-корреспондентом, а в 1929 действительным членом АН СССР. В том же 1929 г. его пригласили заведовать отделом теории функций Физико-математического института имени В.А. Стеклова АН СССР. Его научные достижения получили и международное признание. В середине 1920-х годов его избрали в Краковскую Академию наук, почетным членом Математического общества в Калькутте, Бельгийского математического общества. В 1928 году на Международном математическом конгрессе в Болонье, на котором он выступил с пленарным докладом «О путях развития теории множеств», его избрали вице-президентом Конгресса.

Научные успехи самого Лузина и его школы – это лишь одна сторона медали. Другая – начало распада школы, основание которому положил процесс расширения ее тематики в самых различных направлениях: топологии (П.С. Александров, П.С. Урысон), теории чисел (А.Я. Хинчин, Л.Г. Шнирельман, А.О. Гельфонд), теории вероятностей (А.Я. Хинчин, А.Н. Колмогоров), теории аналитических функций (И.И. Привалов, М.А. Лаврентьев) и др. Вчерашние ученики сами становились учителями и обзаводились собственными учениками (у П.С. Александрова – А.Н. Тихонов и Л.С. Понтрягин, у М.А. Лаврентьева – М.В. Келдыш и т.д.). Взаимоотношения мэтра с еще вчера преданными учениками начали портиться. Периодически возникали конфликты, особенно усилившиеся к концу 20-х годов. К этому времени отношения между Лузиным и некоторыми из его учеников (прежде всего с Александровым) стали просто враждебными. Чрезвычайно впечатлительный и неуравновешенный Лузин тяжело переживал эту ситуацию.

В 1930-е гг. идеологическая атмосфера в стране начала накаляться, особенно это ощущалось в университете. В 1930 г. был арестован Д.Ф. Егоров, и под флагом «борьбы с егоровщиной» была развернута шумная идеологическая кампания. Эти события чрезвычайно испугали Лузина, и он предпочел уйти из университета и перейти в ЦАГИ, куда его пригласил С.А. Чаплыгин. Лузин продолжал руководить отделом теории функций находившегося тогда в Ленинграде Физико-математического института им. В.А. Стеклова. Он стал также председателем Математической группы АН СССР.

5 июня 1931 г. в Москве состоялась I Всероссийская конференция по планированию математики. По докладу Э.Я. Кольмана конференция приняла резолюцию «О кризисе буржуазной математики и о реконструкции математики в СССР». В докладе и резолюции Н.Н. Лузин обвинялся в идеализме, приводящем к «кризису основ математики». Его неоднократные попытки выехать в зарубежную командировку, предпринимавшиеся после возвращения в 1930 г. из Парижа, оказывались безуспешными. В 1933 г. по сфабрикованному делу «Национал-фашистского центра» был арестован и осужден друг Н.Н. Лузина – П.А. Флоренский. Над математиком «сгущались тучи».

Неожиданно в 1934 г. произошли события, которые, казалось бы, должны были изменить положение Лузина к лучшему. Сталин вершил историю. Важным этапом строительства советского государства стало строительство пирамиды советской науки, генеральным штабом которой была определена Академия наук СССР. Очередным шагом в его державной игре стал перевод в 1934 г. ее Президиума и ряда важнейших институтов (в том числе Математического института им. В.А. Стеклова) из Ленинграда в Москву. И вчерашнее выделенное особое положение математиков Московского университета и Московского математического общества скукожива-

лось. Вперед выходили Академия наук и Стекловский институт. И, следовательно, на первых ролях в Москве оказывался их учитель в ранге Председателя математической группы АН СССР, взаимоотношения с которым у некоторых из наиболее влиятельных московских математиков (например, у Президента Московского математического общества П.С. Александрова) были, мягко говоря, не лучшими.

Ко всему сказанному следует добавить, что в это время восстанавливался институт научных степеней и званий и председателем Математической квалификационной комиссии был назначен Н.Н. Лузин. Перед молодыми амбициозными москвичами встала задача: что делать? Как оттеснить его от руководящих ролей? Завязалась сложная интрига, итогом которой стало так называемое «дело Лузина». Это «дело» – политическая травля академика и разбор его персонального дела специально созданной для этого Комиссией Президиума АН СССР, продолжавшийся со 2 июля по 5 августа 1936 года.

Предъявляемые обвинения сводились к следующему: 1) написание «заведомо ложных похвальных отзывов» о работах, того совершенно не заслуживавших, 2) публикация собственных важнейших результатов на Западе и лишь второстепенных в советских изданиях, 3) плагиат – публикация в качестве собственных результатов своих учеников, 4) подсиживание и изгнание из Академии «действительно талантливых ученых», 5) принадлежность Лузина к стае «бесславной царской “Московской математической школы”» и выращивание им на ее почве ростка «фашизированной науки». Сегодня желающие могут ознакомиться с чудом сохранившейся стенограммой заседаний комиссии, а также с материалами дела⁴. Скажем только, что выступления нападавших – в большинстве своем его прямых учеников – производят тягостное впечатление. Замечательно, что нашлись люди, вставшие на его защиту (среди них – П.Л. Капица, А.Н. Крылов, С.Н. Бернштейн), сделавшие все от них зависящее, чтобы защитить доброе имя ученого. К счастью для Лузина, делу не был дан ход – а грозило ему предъявление обвинения во вредительстве, исключение из Академии с последующей передачей дела в производство ОГПУ, что могло закончиться для него печально.

Конечно, оно подорвало его здоровье, а также привело к расколу в стане его учеников. Оно же стало частью большой кампании по борьбе «с раболепием и низкопоклонством перед Западом».

В том же году Лузин покидает Физико-математическое отделение АН СССР и переходит в Отделение технических наук. В 1938–1948 гг. – он старший научный сотрудник, руководитель теоретического отдела Института автоматики и телемеханики АН СССР, с 1944 г. по 1950 г. – руководитель теоретического отдела Сейсмологического института АН СССР, в

⁴ Дело академика Николая Николаевича Лузина. Отв. редакторы С.С. Демидов и Б.В. Лёвшин. СПб: РХГИ. 1999.

1946 он возвращается в Стекловку и занимает там пост заведующего Отделом теории функций действительного переменного.

Тематика его исследований также претерпевает существенные изменения. Уже в начале 1930-х гг., опасаясь обвинений в излишней ее абстрактности, он начинает заниматься прикладными задачами – в 1932 году появляются его статьи о качественном исследовании уравнения движения поезда, о методе приближенного интегрирования С.А. Чаплыгина, о свойствах «перемещающегося множителя» в методе А.Н. Крылова. Сразу после событий «дела» осенью 1936 г. он погружается в классическую для московской школы проблему дифференциальной геометрии – задачу изгибаний на главном основании. И в 1938–1939 гг. дает ее в известном смысле окончательное решение.

Мы уже упоминали о большом интересе Лузина к философии. На самом деле он был глубоким и оригинальным философом. Об этом можно судить по его переписке, например, с П.А. Флоренским или В.И. Вернадским. Его значимость как философа подчеркивает тот факт, что в Академию наук СССР он был избран по кафедре философии. Философский аспект творчества Лузина особо подчеркивался А. Лебегом, например, в его предисловии к лузинским «Лекциям об аналитических множествах и их приложениях». Впрочем, тема Лузин-философ еще ждет своего исследователя. Оригинален вклад Лузина в историю математики. Наконец, особая тема – учебники Лузина по теории функций действительного переменного и по дифференциальному и интегральному исчислению.

Главным же детищем выдающегося математика стала созданная им школа. На основании этой школы, а также Ленинградской школы, восходящей к П.Л. Чебышеву, появился один из феноменов XX века – Советская математическая школа.

28 февраля 1950 г. Н.Н. Лузин скончался после острого сердечного приступа.

Памяти этого выдающегося ученого посвящались конференции и заседания на механико-математическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова. Довольно широко отмечалось 100-летие Н.Н. Лузина в 1984 г. Торжественные заседания прошли в Центральном Доме ученых АН СССР, в Московском математическом обществе, в Томском отделении Сибирского математического общества и Кемеровском университете⁵.

130-летнему юбилею Н.Н. Лузина посвящена конференция, прошедшая 9–10-го декабря 2013 г. в Елецком государственном университете. Несмотря на удаленность от крупных центров, в этом учебном заведении

⁵ Подробнее см.: Халамайзер А.Я. Памяти Н.Н.Лузина // Математика в школе. – №2. – 1984. – С.78.

бурлит активная научная жизнь, по несколько раз в месяц проходят конференции и семинары, собирающие большое число ученых из разных уголков России и зарубежья.

В работе конференции, посвященной Н.Н. Лузину, выразили желание принять участие более 50 ученых из разных городов России – Ельца, Москвы, Санкт-Петербурга, Оренбурга, Перми, Тольятти, Тулы, Новосибирска, Чебоксар. В сборник вошла бо́льшая часть докладов, сделанных или присланных на конференцию.

Цель конференции состояла в обсуждении и развитии таких вопросов, как роль академика Н.Н. Лузина в развитии науки и просвещения в России, история математики и математического образования, современные проблемы математики и математического образования.

Тематика докладов распределена в рамках трех секций. Первая секция включает доклады, посвященные Н.Н. Лузину, его научной биографии и педагогической деятельности, развитию лузинских идей в современной науке. Н.Н.Лузин представлен в трех ипостасях: как философ (В.А. Бажанов, В.П.Троицкий), ученый (Е.А. Добринина, Р.А. Мельников), педагог и автор учебников (Ю.М. Колягин, Н.И. Мерлина, О.А. Саввина, О.В. Тарасова). Особым украшением этой секции стали доклады московских математиков В.И. Богачева и В.М. Тихомирова – научного внука Н.Н. Лузина. Первый докладчик раскрыл перспективы лузинских открытий, а второй – указал на их истоки.

Вторая секция обнимает доклады, посвященные математике и ее истории. Проблемы современной математики обсуждаются в выступлениях И.М. Буркина, Л.И. Буркиной, Нгуен Нгок Хиен, В.Е. Щербатых, исторические мотивы звучат в сообщениях В.Г. Алябьевой, Н.С. Ермолаевой, И.В. Игнатушиной, Р.А. Мельникова, Ю.В. Лобзиной и Г.И. Синкевич.

Третья секция представлена докладами по истории и современным проблемам математического образования. Эта секция отличается особой активностью ученых. В ней прозвучали самые разные точки зрения: от резонансной критики компетентностного подхода (О.Р. Каюмов) до попытки его философского обоснования (Т.Е. Рыманова, Н.В. Черноусова). В докладе московских авторов М.В. Леонова и Е.А. Киселевой получила развитие идея «елецкого интеллектуального феномена», связанного с историей Московского университета. Над организацией и содержанием математической подготовки студентов размышляют Г.Г. Ельчанинова, С.Н. Дворяткина, Ю.А. Дробышев, И.В. Дробышева, С.Ю. Дробышева, С.Н. Косарев и В.С. Мухан, Н.Н. Кошелева, Е.Н. Лыков, Е.А. Невокшенова, Е.С. Павлова, Т.М. Сафронова, Г.А. Симоновская, С.В. Щербатых и Е.А. Добринина.

Интересны доклады, посвященные истории специализированных физико-математических школ (А.А. Никитин, А.С. Марковичев, Ю.В. Михеев), профессиональной подготовке, истории учебников математики (В.М. Бусев, В.В. Асфиндиярова, А.А. Лопышов), частным и общим во-

просам истории математического образования (В.П. Кузовлев, Г.В. Кондратьева, О.А. Саввина), методологическим аспектам математического образования (С.В. Костин, О.А. Никитина).

Таким образом, исторические сюжеты проходят красной линией через все три секции.

Приближается к концу непростой 2013 год, в последний месяц которого прошла эта конференция. Однако впереди нас ожидают новые открытия и очередные юбилеи: 150-летие Московского математического общества, 150-летие со дня рождения В.А. Стеклова и др. Будем трудиться, чтобы эти славные даты не остались без внимания широкой научной общественности.

*С.С. Демидов,
Р.А. Мельников,
О.А. Саввина*

РАЗДЕЛ I.

Н.Н. ЛУЗИН – МАТЕМАТИК, ФИЛОСОФ, ПЕДАГОГ



РОЖДЕНИЕ МОСКОВСКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ И ФРАНЦИЯ⁶

В.М. Тихомиров

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
г. Москва*

Аннотация. Статья посвящена анализу истоков и причин возникновения Московской математической школы.

Ключевые слова: Московская математическая школа, Д.Ф. Егоров, А. Лебег, Н.Н. Лузин, М.Я. Суслин.

Феномен Московской математической школы, а точнее – математической школы в Московском университете, школы Егорова-Лузина – поражает. Эта школа возникла в 1914-16 годах. До той поры в Москве культивировалось лишь одно (причём достаточно узкое) математическое направление в дифференциальной геометрии.

А затем московское научное сообщество внезапно резко изменило область исследований и пошло по пути, намеченном Борелем, Бэром и Лебегом. В течение каких-то *семи лет* оно выдвинуло целую плеяду выдающихся исследователей (Александров, Бари, Колмогоров, Лаврентьев, Люстерник, Меньшов, Петровский, Суслин, Урысон, Хинчин, Шнирельман и др.), каждый из которых (кроме рано умершего Суслина) выбрал затем свой собственный путь, и к середине 30-х (после крушения немецкой математической школы, разгромленной гитлеризмом) Московская математическая школа, наряду с французской, заняла лидирующее положение во всём математическом мире.

Как же объяснить этот беспрецедентный феномен? Тому были и глобальные, всемирные причины.

Революция открыла доступ к образованию широким слоям населения нашей страны, она воодушевила огромную массу людей и у нас в

⁶ Впервые статья была опубликована в «Историко-математических исследованиях» (Вып. 44(9) за 2005 г.).

стране, и за её пределами. Не буду здесь углубляться в последствия, у нас будет повод о них сказать.

Но была и поразительная, так сказать «локальная», причина, связанная с творческой деятельностью одного человека. Имя его – Николай Николаевич Лузин. А его научная и жизненная биографии неразрывно связаны с Францией.

Но сначала небольшое отступление в прошлое. К 1914 году в Москве работали в области математики несколько известных профессоров, среди которых прежде всего надо назвать Дмитрия Фёдоровича Егорова (1869 – 1931).

Дмитрий Фёдорович Егоров родился в 1869 году в Москве. Он окончил Московский университет в 1891 году. Егоров преподавал в нашем университете, начиная с 1893 года, получил профессорское звание в 1903 году, был президентом Московского математического общества с 1923 по 1931 год. В 1931 году он был арестован и умер в тюремном госпитале в Казани.

Д.Ф. Егоров был глубоко верующим человеком и носителем исключительно высоких нравственных принципов. В частности, нет свидетельств тому, чтобы он когда-либо кривил душой.

Егоров являл собой тип традиционного старого профессора. Он был точен во всём, строг, очень серьёзен и замкнут.

Николай Николаевич Лузин был человеком совсем другого склада.

Лузин родился в 1883 году в Томске. В гимназии математика была в числе наименее любимых им предметов. Родителям пришлось нанять репетитора. Им оказался студент университета (Томск был университетским городом!), увлечённый математикой. Ему довелось совершить переворот в душе своего ученика. Впоследствии Лузин писал: «Он приоткрыл передо мной математику не как систему механических знаний, заучиваемых наизусть, а как науку, поражающую воображение». Юноша решил избрать математику своей профессией и поступил в Московский университет. «Блистательные лекции по чистой математике, – говорил он впоследствии, – оказали на меня огромное впечатление», и математика представилась ему как наука, полная заманчивых тайн. Он стал учеником Д.Ф. Егорова. В 1911 году Егоров доказал одну из самых фундаментальных теорем теории функций, в которой развивалось учение Лебега. Не привожу её формулировку, ибо она известна всем. Егоров ознакомил Лузина с азами теории функций действительного переменного, и тот вывел из теоремы Егорова фундаментальное С-свойство измеримых функций.

По окончании университета Лузин был оставлен «для подготовки к профессорскому званию», а затем Егоров направил его в заграничную командировку. Сначала во Францию, а потом в Германию.

В 1905-06 и 1912-14 годах Лузин посещает Париж, в 1910-12 годах он был в Гёттингене. В Париже Лузин слушал лекции выдающихся мате-

матиков – Пуанкаре, Адамара, Пикара, Дарбу и многих других. Он познакомился и имел плодотворные научные контакты с Борелем и особенно – Лебегом, к которому испытывал чувства благоговейного восхищения на протяжении всей своей жизни. У нас будет повод говорить об этом.

Вернувшись в Москву, Лузин круто изменил стиль московской математической жизни.

С чего же всё началось? Вот как описывает это Дмитрий Евгеньевич Меньшов, один из выдающихся учеников Лузина первого поколения.

Как-то в шестидесятые годы (это было принято тогда) организовали встречу профессоров и преподавателей кафедры теории функций и функционального анализа со студентами – в общежитии. Дмитрия Евгеньевича (он был заведующим кафедрой) попросили рассказать о рождении Московской математической школы. Он согласился и начал свой рассказ так:

«В 1914 году я поступил в Московский Университет. Николай Николаевич Лузин был тогда за границей. Но он договорился с Дмитрием Федоровичем Егоровым, что они организуют семинарий для студентов. И в 14 году Дмитрий Федорович такой семинарий организовал. Он был посвящен числовым рядам. В следующем году Николай Николаевич вернулся в Москву и начал руководить семинарием сам. В 1915 году мы занимались функциональными рядами, а в 1916 году – ортогональными рядами.

А потом наступил тысяча девятьсот семнадцатый год.

Это был очень памятный год в нашей жизни, в тот год произошло важнейшее событие, повлиявшее на всю нашу дальнейшую жизнь: мы стали заниматься тригонометрическими рядами ...».

Лузин был «изобретателем» совершенно новых методов работы с молодёжью. Они складывались из многих особенностей.

Во-первых, он ставил проблемы высочайшего уровня, перед которыми пасовали маститые мировые учёные, ставил их перед юношами, едва переступившими порог университета. Вот как описывает Павел Сергеевич Александров первую встречу со своим учителем. «Я впервые встретился с ним, будучи студентом 2-го курса. Впечатление от этой встречи было, можно прямо это сказать, потрясающим, и я запомнил его на всю жизнь. Обратившись к нему после окончания лекции за советом, как мне заниматься математикой дальше, я был прежде всего поражён внимательностью и – не могу найти другого слова – уважением к собеседнику – как ни странно звучит это слово, когда речь идёт о беседе уже знаменитого, хотя и молодого ещё, учёного с 18-летним студентом. Выслушав меня, Лузин посредством умело поставленных вопросов очень скоро разобрался в характере моих математических склонностей и сразу же в доступной мне форме обрисовал основные направления, которые он мог мне предложить для дальнейших занятий; очень осторожно от сам склонил меня к выбору одного из этих направлений и – как я могу теперь сказать – правильно».

Лузин поставил перед Александровым проблему континуума для борелевских множеств, проблему, которая интересовала самого Лебега и которую пытались тщетно решать такие крупные математики, как Юнг и Хаусдорф.

Аналогичным образом он поступал и с другими своими учениками. При этом он действительно возжигал в душах своих учеников «огонь неугасимый».

Во-вторых, Лузин стал применять метод индивидуальных занятий. Однажды Андрей Николаевич Колмогоров решил задачу, обсуждавшуюся в семинарах Лузина. «Узнав об этом моём достижении, – пишет Андрей Николаевич, – Н. Н. Лузин с некоторой торжественностью пригласил меня в число своих учеников, и я стал еженедельно приходить к нему в часы, отведённые для одной из групп учеников».

Наконец, Лузин содействовал тому, что математики объединились в единый сплочённый коллектив, увлечённый наукой. Ученики называли его «Лузитанией». Но мы несколько забежали вперёд.

В истории Московской математической школы 1915-16 годы занимают особое место. В 1915 году была завершена работа Н. Н. Лузина над его диссертацией «Интеграл и тригонометрический ряд». Диссертация была блистательно защищена 27 апреля 1916 года сразу на степень доктора, минуя степень магистра. В эти же годы четверо учеников Лузина первого поколения – Александров, Меньшов, Суслин и Хинчин – получили выдающиеся результаты в дескриптивной и метрической теории множеств и функций. А.Я. Хинчин дал естественное обобщение асимптотической производной, Д.Е. Меньшов построил пример нетривиального тригонометрического ряда, сходящегося к нулю почти всюду, и этот факт явился мировой сенсацией. Но главные события, имевшие, увы, трагические последствия, разразившиеся через 20 лет, произошли в дескриптивной теории множеств: в эти же годы зародилась теория A -множеств. Главные действующие лица в создании этой теории – Александров, Суслин и Лузин. Первая публикация Александрова увидела свет в 1916 году, 8 января 1917 года были опубликованы статьи Суслина и Лузина.

А потом наступило трудное и голодное время. Московский университет фактически прекратил свою работу. Желая облегчить своим ученикам (среди которых был Суслин) тяжкое бремя испытаний, Лузин переехал с ними в Иваново-Вознесенск, где условия для жизни были легче, чем в Москве. В 1919 году Суслин, не ужившись с начальством университета, покидает Иваново-Вознесенск и пробует устроиться в Саратовский университет. При этом возникают препятствия, и тогда он возвращается на свою родину, в деревню Красавку Саратовской губернии. Там он заболевает брюшным тифом и умирает. Это была первая трагическая потеря во вновь сформировавшейся московской лузинской школе.

В 1920 году жизнь в Москве нормализуется. Ученики Лузина и он сам снова в Москве. Следующие три-четыре годы – годы расцвета Лузитании.

Вот как описывает атмосферу, царившую в Лузитании в начале двадцатых годов, в своих стихах один из выдающихся учеников Лузина – Лазарь Аронович Люстерник:

«Но Божество уж окружало
Созвездие полубогов:
Иван Иванович Привалов,
Димитр Евгеньевич Меньшов,
И Александров остро взвинчен,
И милый Павлик Урысон,
И философствующий Хинчин
И множество других персон».

«Божество», с которого начинается мой отрывок, – это сам Николай Николаевич Лузин.

В те же годы Люстерник сочиняет в подражание известных стихов Маяковского «Лузитанский марш», начинающийся словами:

«Наш Бог Лебег,
Наш кумир Интеграл,
В дождь, в бурю и снег
Мы правим наш карнавал».

Существует масса воспоминаний о той поре – восторженных, панегирических, славословящих Лузина и Лузитанию. Во время войны, в 1942 году, размышляя о будущем, А. Н. Колмогоров писал: «Математика в её историческом аспекте состоит не только из теорем, а из совместного биения сердец, имевшего место в Лузитании». Совместное биение сердец... Это писалось уже после 1936 года, когда многие из учеников Лузина бросали ему в лицо чудовищные обвинения.

Прекрасные слова о Лузине, приведённые нами выше, были произнесены Павлом Сергеевичем Александровым в 1970 году, через много лет после событий середины тридцатых годов. И много раз мне лично доводилось слышать от Павла Сергеевича восторженные отзывы о Лузине и Лузитании. И я был крайне удивлён одним фрагментом из воспоминаний Павла Сергеевича, которые он готовил для публикации в Успехах. Он дал мне рукопись для прочтения и обсуждения в августе 1979 года. В ту пору Павлу Сергеевичу было 83 года.

В рукописи был такой текст: «Узнав Лузина в эти самые ранние творческие годы, я узнал действительно вдохновенного учёного и учителя, жившего только наукой и только для неё. Я узнал человека, жившего в сфере высших человеческих духовных ценностей, в сфере, куда не проникает никакой тлетворный дух. Выйдя из этой сферы (а Лузин потом вышел

из неё), человек неизбежно попадает под влияние тех сил, о которых Гёте сказал:

*Ihr führt in's Leben uns hinein,
Ihr lasst den Armen Schuldig werden.
Denn überlasst Ihr ihn der Pein,
Denn jede Schuld rächt sich auf Erden.*

Лузин в последние годы своей жизни до дна испил горькую чашу отмищения, о которой говорит Гёте».

Дословный перевод четверостишия примерно таков:

*«Вы вводите нас в жизнь,
Вы делаете беднягу виновным,
Затем Вы обрекаете его на муку,
Ибо на Земле отмищается всякая вина».*

Я не хочу подробно останавливаться на трагической странице истории советской математики, имя которой «Дело Лузина». У нас, в России, можно ознакомиться с этим делом по книге «Дело академика Николая Николаевича Лузина», вышедшей в издательстве РХГИ, Санкт-Петербург. Французские коллеги могут получить впечатление об этом деле по статье А. Р. Youshkevich, P. Dugac ««L'affaire» de l'academicien Lusin» *Gazette des mathematiciens*, 1988, № 38, р. 30-35. Только что вышла публикация последней статьи Дюгака, написанной им за два месяца до смерти «“Дело Лузина” и французские математики». Она опубликована в Историко-математических исследованиях № 5 за 2005 г.

Одно из основных обвинений Лузина было в том, что он любил Францию и преклонялся перед Лебегом. А ещё, что он был связан с реакционной профессурой, прежде всего – с Егоровым. Я позволю себе привести лишь одну цитату.

Лузин на заседании академической Комиссии, рассматривающей его «Дело», зачитывает пункт обвинения: «Будучи по существу продолжателем работ французской математической школы, Лузин во всей своей деятельности ориентировался, прежде всего, на мнение заграницы, в частности, парижских учёных. Эта форма совершенно необычна в науке и граничит с низкопоклонством». Вот как отвечает Лузин: «По отношению к Борелю – нет, но нужно сказать, что у меня связи с Лебегом очень тёплые. Надо сказать, что он человек исключительный, вышедший из низов... Он человек чрезвычайно чуткий, и нужно сказать, что всю ту нежность, которую я испытывал и которую я лишён был возможности проявить по отношению к Егорову, я перенёс на Лебега».

Из статьи Дюгака видно, с какой готовностью отозвались французские коллеги, и Лебег, разумеется, в том числе, на призыв оказать содействие Лузину в преодолении страшной угрозы, нависшей над ним.

Я являюсь, как и многие сотни математиков, научным внуком Николая Николаевича Лузина. Павел Сергеевич Александров был одним из мо-

их педагогов и ближайшим другом моего учителя – Андрея Николаевича Колмогорова. Это навсегда обязывает меня к благосклонности к их именам. В случившемся в тридцатые годы во многом повинно время, историческая судьба нашей Родины.

Но те события могут послужить уроком для всех живущих. Две заповеди я сформулировал раз в своей заметке, посвящённой открытию A -множеств. Уязвлённое самолюбие Александрова, вызванное некоторой недооценкой Лузиным его вклада в открытие A -множеств, во многом застлало ему глаза во время лузинского дела и направляло на несправедливые действия.

Я писал и готов подписаться под этим и поныне: ученик не должен ни при каких обстоятельствах публично осуждать своего учителя. А до этого я сказал так: «Чем дальше будут идти года, тем значительнее будет представлять перед потомством фигура Николая Николаевича Лузина. А всё преходящее отойдет в тень».

Гёте, к сожалению для Павла Сергеевича, оказался прав, и горькую чашу отмищения приходится испить нам, ибо в память о Павле Сергеевиче, которому мы так многим обязаны и за столь многое благодарны, примешивается чувство горечи за несправедное дело, в котором он принимал участие.

И, наоборот, мы испытываем чувство гордости за тех, кто вступился тогда за поруганную честь своего коллеги. Среди них были Сергей Натанович Бернштейн, Алексей Николаевич Крылов, Владимир Иванович Вернадский, Сергей Алексеевич Чаплыгин у нас, Арно Данжуа, Анри Лебег и другие во Франции.

ЛУЗИНСКИЕ МОТИВЫ В СОВРЕМЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ⁷

В.И. Богачев

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
г. Москва*

Аннотация. Обсуждается развитие лузинских мотивов в современных научных исследованиях. Рассмотрены различные обобщения классических лузинских C - и N -свойств. Сделан ряд замечаний о теореме об измеримом выборе и истории открытия суслинских множеств.

Ключевые слова: Н.Н. Лузин, Д.Ф. Егоров, А. Лебег, история теории множеств, теорема об измеримом выборе.

⁷ Впервые доклад был сделан на «Ломоносовских чтениях», секция математики, 26 апреля 2013 г.

Введение

В этом году исполняется 130 лет со дня рождения Николая Николаевича Лузина, а в следующем – 100 лет с начала работы его семинара, из которого выросли крупнейшие русские математические школы XX века во всех основных областях математики: теории вероятностей, логике, дифференциальных уравнениях, алгебре и теории чисел, топологии и геометрии, функциональном анализе, оптимальном управлении, дискретной математике. Эти школы обеспечили нашей математической науке лидирующее положение в мире. Весьма важно и то, что потенциал фундаментальной науки был прямо или косвенно задействован с колоссальным эффектом в прикладных областях, имевших первостепенное значение для обороноспособности страны. В 1940-х годах, когда в связи с разработкой атомного проекта понадобилось решать совершенно новые задачи по расчету и моделированию сложных процессов, к этим исследованиям был привлечен целый ряд математических коллективов, возглавляемых выдающимися учеными, многие из которых вышли из школы Лузина [61]. Квалифицированные математические кадры в большом количестве потребовались и позже при осуществлении нашей космической программы. Именно благодаря быстрому созданию ядерного оружия и триумфу русского космического проекта в библиотеках ведущих университетов мира появились переводы не только наших математических монографий, но даже учебников для школ и техникумов. Об этих связях полезно вспомнить, когда мы пытаемся понять и определить пути развития нынешней фундаментальной науки.

Николай Николаевич Лузин (1883–1950) был учеником Дмитрия Федоровича Егорова (1869–1931), вместе с которым начал вести семинар по теории функций, а затем стал руководителем этого семинара. Сам Егоров любил менять направление семинара почти каждый учебный год; весной 1914 года он устроил подготовительный семинар по теории функций с целью обеспечить более квалифицированных слушателей для семинара Лузина осенью того же года. Начиная с 1914-1915 гг. в работе лузинского семинара принимали участие многие студенты и аспиранты, позже получившие выдающиеся результаты не только в основной области семинара – теории функций и дескриптивной теории множеств, но и в близких областях, таких, как теория вероятностей, логика, общая топология. Более того, учениками Лузина были основаны крупные научные школы в весьма различных областях. К его ученикам относятся такие крупные математики, как П.С. Александров, Н.К. Бари, В.И. Гливенко, Л.В. Келдыш, А.Н. Колмогоров, А.С. Кронрод, М. А. Лаврентьев, Л. А. Люстерник, А.А. Ляпунов, Д.Е. Меньшов, В.В. Немыцкий, П.С. Новиков, М.Я. Суслин, П.С. Урысон, А.Я. Хинчин, Л.Г. Шнирельман. Многие слышали также о «древе Лузина» – научно-генеалогическом древе, описывающем его учеников, учеников его учеников и т. д. К столетию Лузина на механико-математическом фа-

культете МГУ была вывешена схема с той частью древа, в которую входят только доктора наук. Теперь, 30 лет спустя, даже и эта часть настолько разрослась, что ее трудно поместить на стенд. Историко-математические сведения, относящиеся к Н.Н. Лузину, имеются в работах: [2], [3], [5], [7], [8], [14], [16], [17], [19], [20], [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31], [32], [33], [34], [37], [40], [41], [43], [48], [49], [60], [62], [81], а также в сборниках [44], [45], где можно найти дополнительные ссылки. Тематические обзоры, написанные крупными специалистами к девятидесятилетию и столетию Н.Н. Лузина, опубликованы в журнале «Успехи математических наук» в 1974 году (т. 29, в. 5) и в 1985 году (т. 40, в. 3) [18], [22], [51], [62], [64]. В этих обзорах, а также в обзоре [63] весьма основательно проанализировано развитие лузинских идей в теории интеграла, тригонометрических рядов, граничных значений аналитических функций и дескриптивной теории множеств (последней посвящены обзоры [21], [23], [25], [65], [66], а также недавняя монография [24]). Поэтому в этой работе мы не будем касаться указанных направлений, а уделим внимание тем важным сторонам лузинского научного наследия, которые пока еще подробно не обсуждались. Речь пойдет о тонких аналогах лузинских C -свойства и N -свойства; кратко будут упомянуты теоремы об измеримом выборе, идейно связанные с лузинскими униформизациями. Наконец, в последнем разделе сделано несколько замечаний о недавних дискуссиях по истории открытия суслинских множеств. Тем не менее хотелось бы подчеркнуть, что и в тех перечисленных выше направлениях, которых мы не будем касаться, продолжаются активные исследования, непосредственно связанные с лузинскими работами. Например, в работе [107] получено следующее обобщение одной из самых ранних теорем Лузина о первообразной.

Теорема 1. Пусть U – область в R^n и $F: U \rightarrow R^n$ – измеримое по Лебегу отображение. Тогда найдется такое непрерывное отображение $G: U \rightarrow R^n$, что G почти всюду в U дифференцируемо и $G' = F$ почти всюду в U .

В многомерном гармоническом анализе остается открытым следующий весьма принципиальный вопрос, который в одномерном случае равносильно простоявшей более полувека и решенной Карлесоном проблеме Лузина о сходимости почти всюду рядов Фурье функций из L^2 : верно ли, что для всякой функции f из $L^2(R^n)$ ее преобразование Фурье почти всюду является пределом преобразований Фурье функций $f I_R$, где I_R – индикатор шара радиуса R с центром в нуле, при $R \rightarrow \infty$? Этот вопрос возникает уже в учебном курсе, поскольку по теореме Планшереля такое предельное соотношение имеет место в смысле сходимости в L^2 (поэтому заведомо есть последовательность $R_j \rightarrow \infty$, для которой имеет место и сходимость почти всюду). Пока известно лишь, что если шары заменить на кубы, то ответ будет положительным [83, в. 2], [84]. Отметим, что сам Лузин [101] в од-

номерном случае писал: «Чрезвычайно вероятно, что каждый тригонометрический ряд Фурье, который соответствует функции с суммируемым квадратом, всегда сходится почти всюду». Однако для упомянутой выше проблемы в многомерном случае такой уверенности у специалистов нет.

1. К истории открытия лузинского C -свойства

Для многих выпускников наших математических факультетов имя Лузина ассоциируется с его теоремой из университетского курса теории функций (в разных программах именуемого теорией меры и интеграла, действительным анализом или просто частью курса функционального анализа). Эта теорема, оказавшаяся его первым значительным самостоятельным результатом, и в самом деле по праву относится к важнейшим результатам нового направления математического анализа, созданного в основном выдающимся французским математиком А. Лебегом в начале XX века, – теории интеграла Лебега. Эта теория широко применяется в большинстве разделов современной математики, а теорема Лузина (как и близкая по духу теорема его учителя Д.Ф. Егорова [80], которая, можно сказать, положила начало Московской математической школе), несмотря на несложное обоснование, принадлежит к весьма часто используемым конкретным результатам теории интеграла, в чем легко убедиться, просмотрев доказательства теорем из современных научных статей по теории функций, теории вероятностей, оптимальному управлению. Интересные коллизии, связанные с историей открытия теоремы Лузина (а также теоремы Егорова), обсуждаются в [9], [46], [47]. Здесь мы кратко повторим основные сведения. Напомним формулировку классической теоремы Лузина о C -свойстве.

Теорема 2. *Для всякой измеримой по Лебегу функции f на отрезке a, b при всяком $\varepsilon > 0$ можно найти такую непрерывную функцию f_ε , которая совпадает с f вне некоторого множества меры не более ε . Обратно, указанное свойство влечет измеримость функции.*

Сформулированная теорема была опубликована с доказательством в заметке [100] в Comptes Rendus (Доклады Французской академии наук в 1912 г.), а также в вышедшей в том же году большой статье [36] в «Математическом сборнике», но особую известность получила именно короткая заметка на французском языке, хотя статья на русском языке вышла несколько раньше (на нее есть ссылка в [100]) и давала более подробное изложение. История открытия теорем Егорова и Лузина прослеживается по интереснейшим письмам Егорова к Лузину [48], которые анализируются в [9] и выдержки из которых приведены ниже. Однако еще в 1903 году в заметках Бореля [75] и Лебега [92] появились (без обоснования) близкие утверждения, а основная часть теоремы Лузина была доказана в 1905 году Витали в работе [112], которая, однако, некоторое время оставалась неизвестной широкому кругу специалистов, что, несомненно, и стало причиной исторически сложившейся несправедливости по отношению к Витали в

вопросе приоритета. Обсудим несколько подробнее эти работы. Указанные статьи Бореля, Лебега и Витали имеются также в их собраниях сочинений [76], [95], [113].

В короткой заметке Бореля [75] без доказательства было высказано утверждение, близкое к будущей теореме Лузина, а именно, было отмечено, что если функции f_n на $[0;1]$ сходятся поточечно к функции f и для каждой из f_n и всякого $\varepsilon > 0$ найдется множество меры не менее $1-\varepsilon$, на котором f_n непрерывна, то и f обладает таким свойством, однако из этого был сделан неверный вывод, что всякая измеримая функция непрерывна на множестве полной меры (причем Борель указал, что последнее утверждение ему было сообщено Лебегом, см. ниже точную цитату). Основным результатом [75] (также приведенный без доказательства) состоял в том, что если дана последовательность множеств E_n меры не менее σ , то множество точек, принадлежащих бесконечно многим E_n , имеет меру не менее σ . Сделав это утверждение (представляющее собой важный и полезный результат), Борель далее пишет:

«On peut déduire, en particulier, de ce théorème que la propriété pour une fonction d'être continue en excluant des ensembles de mesure aussi petite que l'on veut se conserve à la limite, c'est-à-dire appartient à la fonction limite (supposée existante) d'une suite quelconque de fonctions qui la possèdent. Cette propriété appartient, par suite, à toutes les fonctions définies jusqu'ici. Sous cette forme, cette remarque est équivalente à la proposition suivante, encore inédite, que me communique M. Lebesgue: Toute fonction mesurable est continue en chacun de ses points, sauf pour un ensemble de points de mesure nulle, aux ensembles de mesures nulle près». Приведем русский перевод:

«В частности, из этой теоремы можно вывести, что свойство функции быть непрерывной после исключения множеств сколь угодно малой меры сохраняется при переходе к пределу, т. е. остается у предельной функции (в предположении ее существования) для последовательности произвольных функций, этим свойством обладающих. Следовательно, это свойство имеется у всех функций, до сих пор определенных. В такой форме это замечание равносильно следующему предложению, еще не опубликованному, которое мне сообщил Лебег: всякая измеримая функция непрерывна в каждой из своих точек, кроме множества точек меры нуль, с точностью до множеств меры нуль».

Лебеговская формулировка из цитированной выше работы [92] такова: «Sauf pour les points d'un certain ensemble de mesure nulle, toute fonction mesurable est continue quand on néglige les ensembles de mesure ε , ε étant aussi petit que l'on veut», т. е. «за исключением точек некоторого множества меры нуль, всякая измеримая функция непрерывна, если пренебрегать множествами меры ε , где ε сколь угодно мало». В подстрочном примечании Лебег указал, что ε нельзя сделать нулем, тем самым исправив неверную формулировку, ранее сообщенную Борелю. Правда, чтобы от приве-

денной не совсем четкой формулировки перейти к собственно теореме Лузина, надо еще продолжить непрерывную на компакте функцию до функции, непрерывной на отрезке. Лебег не публиковал никакого доказательства своего утверждения, а впоследствии, когда через 9 лет вышла заметка Лузина, стал называть этот результат теоремой Лузина. Таким образом, в заметках Бореля и Лебега даны утверждения, которые формально можно посчитать аналогами будущей теоремы Лузина, однако поясняющие замечания Бореля отчасти дезавуируют его результат. Кроме того, из утверждения Бореля формально можно извлечь теорему Лузина лишь для борелевских функций, но в самой заметке и этого вывода нет (там сказано лишь о свойстве «всех функций, до сих пор определенных»). Чтобы из сказанного Борелем получить теорему Лузина хотя бы для борелевских функций, надо применить еще важный результат Лебега (который не был известен в 1903 году) о совпадении класса борелевских функций с наименьшим классом функций (называемым иерархией Бэра), которые можно получить с помощью операции взятия поточечного предела последовательности, исходя из непрерывных функций. Формулировка Лебега также не имеет той полной ясности, с которой позже представил свой результат Лузин.

Учитывая, что Лебег никогда не оставлял без внимания какие-либо посягательства на его приоритет (о чем свидетельствует масса полемических замечаний в его работах и немалое число специальных заметок, призванных внести ясность в обсуждения такого рода), можно спросить, почему он не претендовал на приоритет в связи с теоремами Егорова и Лузина, да и вообще не использовал высказанных им формулировок (в частности, не включил их в свою знаменитую монографию [93]). Известное объяснение было предложено в книге одного из крупнейших специалистов по истории теории функций Ф.А. Медведева [47, с. 174], где высказано предположение, что причиной были испортившиеся отношения между Лебегом и Борелем, связанные как раз со спорами приоритетного характера и удерживавшие Лебега от признания также и роли Бореля в открытии C -свойства:

«На вопросы о том, почему Лебег, понимавший важность этих теорем, особенно теоремы Лузина, еще в 1903 г., не стал ни пользоваться ими в своих трудах, ни претендовать на приоритет, как это не раз делал в других случаях, можно (разумеется, предположительно) ответить так. Лекции Лебега 1902–1903 гг. знал Борель, о C -свойстве у них была переписка до публикации соответствующих их формулировок его, но Борель чуть опередил Лебега, и последнему при печатании заметки [11] пришлось сослаться на заметку Бореля [27], признав – быть может, против своего желания – первенство Бореля в установлении C -свойства. Но вскоре между ними сложились напряженные отношения, вылившиеся после 1910 г. в довольно непривлекательную полемику, в частности, приоритетного характера в отношении меры и интеграла, в которой Борель, помимо прочего,

упрекал Лебега и в том, что тот слишком часто выступает с приоритетными претензиями. Применять C -свойство и теорему Егорова со ссылкой на свою заметку [11] означало для Лебега вместе с тем необходимость признавать заслугу Бореля в установлении C -свойства. После же обвинения в пристрастии к приоритетным претензиям выставлять их еще раз и к новым авторам было бы не очень удобным. Так это было или нет – теперь судить трудно».

Хотя такие мотивы полностью исключить нельзя, представляется, что они не играли значительной роли. Во-первых, нет серьезных оснований признавать приоритет Бореля в связи с C -свойством, поскольку, как отмечено выше, данное им утверждение содержало серьезную ошибку, а верная часть могла дать заключение лишь для борелевских функций (но в самой заметке даже не указано, для каких же функций утверждение верно). Во-вторых, ничего относящегося к теореме Егорова у Бореля не было. Наконец, самое главное – убедительный ответ на интересующий нас вопрос был дан самим Лебегом в письме к Борелю [96, с. 299], [97, с. 205], в котором он пишет по поводу теоремы Егорова, но, видимо, аналогичные соображения применимы и к теореме Лузина:

«Я весьма мало в курсе того, что Вас, по-видимому, беспокоит до расстройств. Я хорошо знаю, что когда-то была одна Ваша заметка и одна моя в каком-то из декабрьских номеров. Но у меня никогда не было текста этих заметок, я никогда к этому не возвращался, и все это очень далеко. Что касается меня, я, должно быть, указал там некоторое свойство сходимости, не знаю какое, но непосредственное и которое никогда мне не было полезно. Единственное, что я когда-либо действительно *использовал*, так это тот факт, что при заданном ε для $n > N$ имеем $|R_n| < \varepsilon$ во всех точках, кроме точек некоторого множества меры $\eta \varepsilon$, стремящейся к нулю вместе с $\frac{1}{N}$. Очевидно, что можно это трансформировать многими способами,

но я этого не делал, этим не занимаюсь и не видел в этом интереса... Что касается Егорова, я не знаю, что он сделал, я однажды разговаривал про это с Монтеlem и колебался между утверждением (приписываемым нами Егорову), которое было очевидно, и другим, которое было неверно. Честное слово, я никого не могу читать и не удивлен, что и меня нельзя читать без скуки».

Из сказанного Лебегом явствует, что в данную им словесную формулировку «теоремы Егорова» он не вкладывал тот же смысл, который позже придал ей Егоров! Концовка формулировки, по виду идентичная утверждению Егорова, дана как расшифровка («таким образом:») предыдущей фразы, а она содержит более слабое утверждение (повторенное самим Лебегом в письме Борелю и действительно использовавшееся им во многих работах). На это обстоятельство обратил внимание и Д.Ф. Егоров в письме

к Н.Н. Лузину от 22 января 1911 года [48, с. 348]: «Что касается формулировки Lebesgue'a в C.R. (t. 137), то она не вполне ясна, но, судя по всему предшествующему, не совпадает с моей. Множественное число «certains ensembles» как будто указывает, что Lebesgue для каждого ε_1 , входящего в требование $|R_n| < \varepsilon_1$, выделяет новые множества». Этими словами Егорова можно объяснить также тот факт, что в своей статье он ссылаясь не на статью Лебега, а на его книгу, где используются как раз те соображения, о которых Лебег говорит в письме к Борелю. Несомненно, эти соображения были хорошо знакомы Егорову и по посещавшимся им лекциям Лебега 1902-1903 гг.

Добавим также, что не только Егоров, но и другие весьма квалифицированные математики, включая Витали и Вейля, не усмотрели в сформулированных Лебегом в [92] утверждениях тех фактов, которые были позже четко прописаны в теоремах Егорова и Лузина. Все они были знакомы как с заметкой Лебега, так и с его книгой, но Витали дал обоснование «теоремы Лузина», а Вейль ввел специальный термин для обозначения вида сходимости, гарантируемой позже опубликованной теоремой Егорова. Однако все они пользовались той расшифровкой результата Лебега, которая была выписана выше из его письма к Борелю. Это указывает на то, что такова и была их трактовка утверждений из [92], несмотря на формальное совпадение последних с теоремами Егорова и Лузина. Довольно красноречиво сделанное Витали подстрочное примечание на с. 601 в [112] (в [113, с. 185]): «Questo teorema sembra possa essere lo stesso al quale si riferiscono le note: Borel, Un théorème... e Lebesgue, Sur une propriété... L'autore, che è il Lebesgue, non ne ha ancora data una dimostrazione esplicita», т. е. «Эта теорема, кажется, может быть той самой, на которую ссылаются заметки Бореля «Одна теорема...» и Лебега «Об одном свойстве...». Автор (Борель), как и Лебег, пока не дал ясного доказательства».

Обсуждение вопросов, связанных с теоремами Егорова и Лузина, отражено в их сохранившейся переписке. Эта тематика присутствует в письмах (или даже открытках, приуроченных к праздничным поздравлениям) от 28 декабря 1910 года и серии писем января 1911 года. В них Д.Ф. Егоров последовательно приближается к окончательной формулировке, предварительно дав ряд нечетких или просто неверных утверждений. Как указано в письме Егорова от 28 января 1911 года, он даже послал статью с ошибочным результатом в Comptes Rendus: «Мне досадно, что я поторопился послать заметку в Comptes Rendus, и теперь пришлось послать поправку». Отметим, что в письме от 9 января 1911 года Егоров указывает такой факт: «...для ряда непрерывных функций сумма или непрерывна, или же непрерывна по выключении множества точек произвольно малой меры (следовательно, точно непрерывна?)». Очевидна связь этого утверждения с теоремой Лузина. Последняя сразу из него вытекает, если использовать уже известный тогда факт, что всякая измеримая функция

представима в виде ряда из непрерывных функций, сходящегося почти всюду. Кстати, доказательство этого факта (именуемого теоремой Фреше) обсуждается в письмах Лебега к Фреше [111], в которых Лебег предлагает два различных доказательства этого факта. Фреше установил этот результат для борелевских функций, а затем обсуждал с Лебегом возможность перенесения его на общие измеримые функции. Сейчас нам может показаться странным предмет обсуждения, настолько привычным стало то обстоятельство, что всякая измеримая по Лебегу функция почти всюду равна борелевской. Тогда это не было еще общим местом, и Лебег в четырех письмах излагал два разных доказательства, причем неточности в рассуждениях побуждали его делать исправления в очередном письме.

2. По мотивам лузинского C -свойства

В этом разделе кратко рассказано о дальнейшем развитии идей, заложенных в теореме Лузина о C -свойстве. Развитие это оказалось чрезвычайно плодотворным и широким. Во-первых, весьма скоро было замечено, что доказанная для меры Лебега на отрезке эта теорема с близким доказательством переносится на значительно более общие ситуации. Напомним, что ограниченная неотрицательная мера μ на борелевской σ -алгебре топологического пространства X (далее рассматриваемые топологические пространства предполагаются separable) называется радоновской, если для всякого борелевского множества $B \subset X$ и всякого $\varepsilon > 0$ найдется такой компакт $K_\varepsilon \subset B$, что $\mu(B \setminus K_\varepsilon) < \varepsilon$. Более слабое свойство, когда в качестве K_ε можно взять лишь замкнутое множество, называется регулярностью меры. На полном сепарабельном метрическом пространстве все борелевские меры радоновы.

Напомним, что топологическое пространство называется *суслинским*, если оно является образом полного сепарабельного метрического пространства при непрерывном отображении. Известно, что борелевские множества в полных сепарабельных метрических пространствах являются суслинскими, но уже на отрезке существуют неборелевские суслинские множества. На суслинских пространствах все борелевские меры оказываются радоновскими. О суслинских множествах несколько подробнее говорится в последнем параграфе.

Теорема 3. Пусть μ – радоновская мера на топологическом пространстве X . Для всякой μ – измеримой функции $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ при каждом $\varepsilon > 0$ найдется такой компакт $K_\varepsilon \subset X$, что $\mu(X \setminus K_\varepsilon) < \varepsilon$ и сужение f на K_ε непрерывно. Если же X вполне регулярно, то найдется и непрерывная функция f_ε на всем X , для которой $\mu(x: f(x) \neq f_\varepsilon(x)) < \varepsilon$.

Первое утверждение остается в силе для измеримого отображения со значениями в суслинском топологическом пространстве или со значениями в произвольном метрическом пространстве.

Из всех упомянутых утверждений нетривиальным является лишь последнее; для его обоснования приходится доказывать, что с точностью до множества меры нуль значения f попадают в некоторое сепарабельное метрическое пространство [82]. Существование компактов с мерой, сколь угодно близкой к мере всего пространства, на которых сужения отображения f непрерывны, называют *почти непрерывностью* f .

Некоторые авторы, например, Бурбаки [13], даже берут лузинскую характеристику измеримости (почти непрерывность) в качестве определения измеримой функции на топологическом пространстве. В работе [77] показано, что при некоторых дополнительных теоретико-множественных предположениях существует измеримое отображение $f: 0,1 \rightarrow 0, \omega_1$, где ω_1 – первое несчетное порядковое число, не являющееся почти непрерывным, но при некоторых других теоретико-множественных предположениях такое невозможно, согласно [82], [83].

В работе [109] было найдено очень интересное обобщение теоремы Лузина для случая функции f двух переменных (скажем, на $0,1^2$), измеримой по первой переменной и непрерывной по второй переменной. В этом случае для каждого $\varepsilon > 0$ найдется такой компакт $K_\varepsilon \subset 0,1$ меры не менее $1-\varepsilon$, что сужение f на $K_\varepsilon \times 0,1$ непрерывно. Правда, следует отметить, что это обобщение представляет собой саму теорему Лузина, но для отображений со значениями в пространстве непрерывных функций $C[0,1]$. Для этого надо лишь перейти к отображению $x \mapsto F(x) \in C[0,1]$, $F(x)(y) = f(x, y)$, проверив его измеримость. Тем не менее сформулированная таким образом версия теоремы Лузина оказалась полезной и, в свою очередь, обобщалась рядом авторов. Приведем один из таких более общих результатов (ссылки и доказательства можно найти в [10, §7.14(ix)]).

Теорема 4. Пусть X и Y – топологические пространства, причем Y имеет счетную базу, μ – регулярная борелевская вероятностная мера на X . Пусть функция $f: X \times Y \rightarrow \mathbb{R}^1$ такова, что для μ -почти всех $x \in X$ функция $y \mapsto f(x, y)$ непрерывна, а для каждого $y \in Y$ функция $x \mapsto f(x, y)$ измерима относительно μ . Тогда для каждого $\varepsilon > 0$ найдется такое замкнутое множество $F \subset X$, что $\mu(X \setminus F) < \varepsilon$ и функция $f|_{F \times Y}$ непрерывна.

Существование счетной базы в Y существенно. Действительно, пусть Y есть $C[0,1]$ с топологией поточечной сходимости, $X = [0,1]$ с мерой Лебега, $f(x, y) = y(x)$. Если множество F положительной меры таково, что функция f непрерывна на $F \times Y$, то в F есть бесконечная сходящаяся последовательность $\{x_n\}$. Взяв поточечно сходящуюся к нулю последовательность непрерывных функций y_n с $y_n(x_n) \rightarrow \infty$, приходим к противоречию.

Есть версии теоремы Лузина для емкостей [15, с. 147], [88], [114]. Вообще, идея выделения обширных (в смысле меры или емкости) множеств, на которых функции из каких-либо функциональных классов обладают различными хорошими свойствами, не выполняющимися на всем пространстве, применяется теперь во многих ситуациях, например, в теории пространств Соболева, где устанавливается, что функции из класса Соболева совпадают на больших множествах с непрерывно дифференцируемыми функциями (см. теорему ниже). Первые мощные результаты в этом направлении были получены еще В.В. Степановым, С. Саксом [57], Х. Уитни, Г. Федерером [67]. В литературе многообразные утверждения такого рода именуются «теоремами лузинского типа». В частности, Х. Уитни обнаружил такой факт.

Теорема 5. Пусть $A \subset \mathbb{R}^d$ – измеримое множество. Если измеримое отображение $f : A \rightarrow \mathbb{R}^k$ имеет аппроксимативные частные производные $\text{ap}D_i f$ на A , то для всякого $\varepsilon > 0$ можно найти такое отображение $g \in C^1(\mathbb{R}^d, \mathbb{R}^k)$, что $\lambda\{x \in A : |f(x) - g(x)| \geq \varepsilon\} < \varepsilon$, где λ – мера Лебега.

Для функций из классов Соболева были получены дальнейшие усиления.

Напомним, что при $1 \leq p < \infty$ класс Соболева $W^{p,1}(\mathbb{R}^d)$ состоит из всех функций $f \in L^p(\mathbb{R}^d)$, у которых обобщенные частные производные $\partial_{x_i} f$ входят также в $L^p(\mathbb{R}^d)$. Обобщенная или соболевская производная $\partial_{x_i} f$ есть функция, для которой при всех гладких функциях φ с ограниченными носителями справедливо равенство

$$\int_{\mathbb{R}^d} f(x) \partial_{x_i} \varphi(x) dx = - \int_{\mathbb{R}^d} \varphi(x) \partial_{x_i} f(x) dx.$$

Пространство Соболева $W^{p,1}(\mathbb{R}^d)$ оказывается банаховым относительно нормы

$$\|f\|_{W^{p,1}} := \|f\|_{L^p} + \sum_{i=1}^d \|\partial_{x_i} f\|_{L^p}.$$

Аналогично определяются классы Соболева функций на областях. Локальный класс $W_{loc}^{p,1}(\mathbb{R}^d)$ состоит из функций, произведения которых на гладкие функции с ограниченными носителями входят в $W^{p,1}(\mathbb{R}^d)$.

Теорема 6. Пусть $f \in W^{p,1}(\mathbb{R}^d)$, где $1 \leq p < \infty$. Тогда для всякого $\varepsilon > 0$ найдется такая функция $g \in C^1(\mathbb{R}^d)$, что

$$\lambda \{x: f(x) \neq g(x) \text{ или } \nabla f(x) \neq \nabla g(x)\} \leq \varepsilon, \|f - g\|_{W^{p,1}} \leq \varepsilon.$$

В таком виде эта теорема была доказана в [98], а затем обобщалась и уточнялась в [114].

В работе [71] доказано, что всякое борелевское векторное поле на конечномерном евклидовом пространстве совпадает с градиентом некоторой гладкой функции вне множества сколь угодно малой меры, т.е. верно следующее утверждение.

Теорема 7. Пусть Ω – открытое множество в R^d и $\lambda(\Omega) < \infty$, где λ – мера Лебега на R^d . Пусть $v: \Omega \rightarrow R^d$ – борелевское отображение. Тогда существует такая константа C_d , зависящая только от d , что для всякого $\varepsilon > 0$ найдутся открытое множество $A_\varepsilon \subset \Omega$ и функция $\varphi_\varepsilon \in C_0^1(\Omega)$ со следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \lambda(A_\varepsilon) &\leq \varepsilon \lambda(\Omega), \\ v(x) &= \nabla \varphi_\varepsilon(x) \text{ для каждого } x \in \Omega \setminus A_\varepsilon, \\ \|\nabla \varphi_\varepsilon\|_{L^p(\Omega)} &\leq C_d \varepsilon^{1/p-1} \|v\|_{L^p(\Omega)} \end{aligned}$$

для каждого $p \in [1, \infty]$, при котором правая часть конечна.

А.В. Шапошников [68] распространил этот красивый результат на бесконечномерные пространства с гауссовскими мерами, установив его сначала в конечномерном случае с постоянными, не зависящими от размерности. Точное утверждение состоит в следующем. Напомним, что стандартной гауссовской мерой на R^d называется вероятностная мера с плотностью $(2\pi)^{-d/2} e^{-|x|^2/2}$.

Теорема 8. Пусть $v: R^d \rightarrow R^d$ – борелевское векторное поле и γ – стандартная гауссовская мера на R^d . Тогда для всяких $\varepsilon > 0$ и $\theta > 0$ найдется липшицева функция f , обладающая следующими свойствами:

- (i) $\gamma\{x: \nabla f(x) \neq v(x)\} < \varepsilon$,
- (ii) $\sup_{x \in X} |f(x)| < \theta$,
- (iii) для каждого $p \in [1, \infty]$ справедливо неравенство

$$\|\nabla f\|_{L^p(\gamma)} \leq 10^4 \varepsilon^{1/p-1} \|v\|_{L^p(\gamma)}$$

если $\|v\|_{L^p(\gamma)} < \infty$.

В работе [73] обсуждается лузинское C -свойство для многозначных отображений.

Н.Н. Лузиным был поставлен вопрос о существовании такого разбиения отрезка $[0, 1]$ на счетное число частей, на каждой из которых заданная борелевская функция непрерывна. При этом, естественно, не разрешается удалять множества меры нуль. С.И. Адян и П.С. Новиков [1] построили

ли весьма нетривиальный контрпример, в котором функция даже полунепрерывна. Недавние интересные результаты на эту тему есть в [108] (см. также [52]).

3. Лузинское N -свойство

Лузинское N -свойство, или свойство Лузина (N) для функции f на отрезке, введенное в [37], состоит в следующем: для всякого множества N меры нуль множество $f(N)$ также имеет меру нуль. Лузин установил, что для непрерывной функции f отсутствие этого свойства влечет существование совершенного компакта меры нуль, образ которого имеет положительную меру. Из этого сразу следует, что такая функция переводит некоторое множество меры нуль в неизмеримое множество. В качестве следствия получаем также тот факт (позже отмеченный Г. Радемахером), что для непрерывной функции N -свойство равносильно тому, что образы измеримых множеств измеримы. На самом деле, из C -свойства Лузина вытекает, что такая равносильность имеет место для всех измеримых функций (более того, это остается в силе для отображений весьма широких классов пространств [10, гл. 9]. Н.Н. Лузину принадлежит не только введение полезного понятия N -свойства, но и полученная совместно с И.И. Приваловым [103] первая по-настоящему трудная теорема про это свойство.

Теорема 9. Пусть f – конформное отображение области в комплексной плоскости со спрямляемой жордановой границей на круг. Тогда непрерывное продолжение f на границу имеет N -свойство. Это же верно и для обратного отображения.

Лузинское N -свойство вызвало интерес многих математиков, в том числе С. Банаха, Н.К. Бари, Г. Радемахера, С. Сакса (см. ссылки в Сакс [57] и Богачев [10]). Отвечая на поставленный Лузиным вопрос, Банах доказал, что непрерывная функция с N -свойством дифференцируема на множестве положительной меры. Н.К. Бари [74] установила, что всякая непрерывная функция на $[0, 1]$ является суммой трех функций с N -свойством (более того, трех композиций абсолютно непрерывных функций). Свойство (N) остается важным и плодотворным объектом исследования и в последние десятилетия. В частности, имеется много работ, в которых это свойство изучается в связи с формулами замены переменных при преобразованиях со слабыми свойствами дифференцируемости. Недавний обзор [91] содержит обширную библиографию по этому вопросу. Упомянем лишь ряд наиболее просто формулируемых результатов.

Теорема 10. Пусть $F: R^d \rightarrow R^d$, $F = F_1, \dots, F_d$, где $F_i \in W_{loc}^{p,1} R^d$. Если $p > d$, то непрерывная модификация F , существующая по теореме вложения Соболева, обладает свойством (N).

Это же верно, если $p = d$ и F гёльдерово.

При $p \leq d$ без дополнительных предположений это может быть неверным.

Первое утверждение было получено в [106], второе – в [105].

Если $F = F_1, \dots, F_d$ – гомеоморфизм областей в R^d и $F_i \in W_{loc}^{p,1} R^d$, то, как обнаружил Ю.Г. Решетняк [55], [56] отображение F также имеет свойство (N), но показатель здесь $p = d$ уменьшить нельзя. С.П. Пономарев [53] показал, что для любого $d > 1$ существует такой гомеоморфизм $h: K \rightarrow K$, $K = [0,1]^d$, что $h \in W^{p,1} K, R^d$ для всех $p < d$, $h^{-1} \in W^{q,1} K, R^d$ для всех $q < \infty$, h тождественно на границе K , но h не имеет свойства (N).

Стоит еще отметить, что по теореме 5 всякое отображение $f \in W_{loc}^{1,1} R^d, R^d$ обладает версией со свойством (N), однако, как явствует из сказанного выше, даже для непрерывного отображения такая версия может быть обязательно разрывной.

Для взаимно однозначных отображений свойство (N) неожиданным образом оказывается равносильным следующему важному свойству. Образ борелевской меры μ при борелевском отображении f есть мера $\mu \circ f^{-1}$, задаваемая равенством

$$\mu \circ f^{-1} B = \mu f^{-1} B$$

на всяком борелевском множестве B .

Свойство (N) относительно меры μ для отображения f означает по определению, что $\mu f N = 0$ при $\mu N = 0$.

Для измеримого отображения f это свойство очевидным образом дает абсолютную непрерывность μ относительно $\mu \circ f^{-1}$: если $\mu \circ f^{-1} = 0$, т.е. $\mu f^{-1} N = 0$, то по N-свойству $\mu N = \mu f f^{-1} N = 0$. Для взаимно однозначного отображения верно и обратное.

Теорема 11. Пусть $f: X \rightarrow X$ – взаимно однозначное борелевское отображение суслинского пространства X и μ – борелевская вероятностная мера на X . Тогда f имеет свойство (N) относительно μ в точности тогда, когда мера μ абсолютно непрерывна относительно меры $\mu \circ f^{-1}$.

Следовательно, оба отображения f и f^{-1} имеют свойство (N) относительно μ в точности тогда, когда f переводит меру μ в эквивалентную меру.

Доказательство можно найти в [10, гл. 9]. Разумеется, взаимная однозначность здесь важна, что видно уже из примера инъективной функции $f(x) = x/2$ на $[0, 1]$. В книгах [10] и [11] можно найти и другие недавние результаты, связанные со свойством (N) в пространствах общего вида, а в работах [78], [89] и уже упоминавшейся [91] обсуждаются проблемы, в которых это свойство связано с формулами замены переменных.

4. От лузинской униформизации к теоремам об измеримом выборе

Н.Н. Лузиным была поставлена проблема униформизации плоских множеств, состоящая в следующем (правда, Лузин по своему обычаю приписал эту проблему Ж. Адамару, хотя последний ее не рассматривал). Пусть дано множество $A \subset \mathbb{R}^2$, пересекающееся с каждой вертикальной прямой; как выбрать по одной точке на каждой такой прямой? Для Адамара это как раз проблемой не было, ибо он допускал применение аксиомы выбора. Лузина же заинтересовала возможность эффективного осуществления такого выбора, причем не для произвольных множеств, а для более «конструктивных множеств» типа борелевских или суслинских. Скажем, для борелевского A возникает вопрос о существовании вписанного в A графика борелевской функции (про такую функцию говорят, что она униформизует A). К таким же вопросам приводит изучение обратных отображений к борелевским отображениям. Например, для данной борелевской функции $f: [0,1] \rightarrow [0,1]$ бывает полезно иметь такую функцию g на образе f , что $f(g(y)) = y$, причем g обладает какими-то свойствами измеримости (по Борелю или по Лебегу). Разумеется, если не требовать свойств измеримости, то с помощью аксиомы выбора тривиально можно получить искомую функцию. Лузиным был поднят вопрос именно о существовании обратных функций с дополнительными свойствами, что сразу сделало задачу чрезвычайно трудной. Самим Лузиным и его учениками (в первую очередь П.С. Новиковым и В. Янковым) были получены фундаментальные результаты по этой проблематике, сохранившие всю актуальность и поныне. Приведем два важнейших достижения. Первое из них является важным отрицательным результатом П.С. Новикова [50].

Теорема 12. *Существует борелевская сюръективная функция $f: [0,1] \rightarrow [0,1]$ с таким свойством: нет борелевской функции $g: [0,1] \rightarrow [0,1]$, для которой $f(g(y)) = y$ при всех y .*

Кроме того, существует такая непрерывная сюръективная функция

$$f: \mathbb{N}^{\mathbb{N}} \rightarrow [0,1],$$

что нет борелевского отображения $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$, для которого $f(g(y)) = y$ при всех y .

Из этого результата видно, что также проблема борелевской униформизации решается отрицательно.

Однако В. Янков [70], решая задачу, поставленную Лузиным, и используя методы, разработанные Лузиным, установил следующий замечательный факт (в теореме Янкова шла речь о множествах на прямой, но для доказательства это несущественно).

Теорема 13. *Пусть X и Y – суслинские пространства и $F: X \rightarrow Y$ – борелевское отображение, причем $F(X) = Y$. Тогда найдется такое отображение $G: Y \rightarrow X$, что $F(G(y)) = y$ для всех $y \in Y$, причем G измеримо относительно σ -алгебры, порожденной суслинскими подмножествами в Y . В частности, оно измеримо относительно всех борелевских мер на Y . Кроме того,*

множество $G(Y)$ входит в σ -алгебру, порожденную суслинскими множествами в X .

Имеются также положительные результаты и о существовании борелевских униформизаций и борелевских обратных (см. [6], [24], [90]).

Теорема 14. Пусть X и Y – полные сепарабельные метрические пространства и борелевское множество Γ в $X \times Y$ таково, что все сечения

$$\Gamma_x = \{y \in Y : (x, y) \in \Gamma\}$$

являются непустыми счетными объединениями компактов. Тогда Γ содержит график борелевского отображения.

Например, из этой теоремы следует существование борелевского обратного к такому борелевскому отображению полных сепарабельных метрических пространств, что прообразы всех точек являются непустыми счетными объединениями компактов.

Теорема 15. Пусть $f: X \rightarrow Y$ – непрерывное отображение метрических компактов. Тогда существует такое борелевское множество $B \subset X$, что $f(B) = f(X)$, причем отображение f на множестве B инъективно, а обратное отображение $f^{-1}: f(X) \rightarrow B$ является борелевским.

Самим Лузиным различные проблемы ставились как в его многочисленных оригинальных работах, включая книги, так и в обзорах [38], [39]. О современных исследованиях, в которых звучат лузинские мотивы задачи об униформизации, рассказывается в [23], [24], [79], [90].

5. К истории открытия суслинских множеств

В последние полтора десятилетия, в значительной мере под влиянием публикации материалов [17] так называемого «дела Лузина», появился ряд заметок дискуссионного характера по истории открытия суслинских множеств (см. [99], [59], [12], где есть дополнительные ссылки). Здесь кратко повторяются некоторые выводы, сделанные в комментариях [12] к нашему переводу классической статьи Хаусдорфа [86].

Как уже напоминалось выше, суслинские пространства – непрерывные образы полных сепарабельных метрических пространств. Их можно описать так же, как непрерывные образы одного единственного полного сепарабельного метрического пространства $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$. Однако впервые они были введены совершенно другим способом студентом Лузина М.Я. Суслиным [110]. Его определение таково. Пусть для каждого конечного набора натуральных чисел $n_1, \dots, n_k$ задан интервал $A_{n_1, \dots, n_k}$; тогда говорят, что дана суслинская таблица (или схема) множеств $A_{n_1, \dots, n_k}$. По ней образуется множество

$$A = \bigcup_{n_1, n_2, \dots \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}}} \bigcap_{k=1}^{\infty} A_{n_1, \dots, n_k}.$$

Это множество изначально называлось A -множеством (затем у него появились наименования аналитического или суслинского множества). Та-

ким образом, перебирая различные суслинские таблицы, получаем всевозможные A -множества на прямой. Аналогичное построение можно провести и в полном сепарабельном метрическом пространстве X , взяв вместо отрезков замкнутые множества. Описанный способ построения называется операцией Суслина. Вместо интервалов можно брать отрезки.

Операция Суслина была открыта им с целью представления борелевских множеств без трансфинитной индукции, но его непосредственная цель оказалась заметно менее важной для дальнейшего развития математики, чем эффект от введенных Суслиным объектов. На построение Суслина несомненное влияние оказала важная работа [72] другого ученика Лузина – П.С. Александрова, который доказал справедливость гипотезы континуума для всего класса борелевских множеств, используя некоторые элементы будущей операции Суслина. Независимо и одновременно с П.С. Александровым этот же результат получил выдающийся немецкий тополог Ф. Хаусдорф [86], причем также с использованием похожей техники, близкой операции Суслина. Видимо, Суслин не был знаком с этой статьей Хаусдорфа до написания своей работы, хотя, конечно, ему была известна уже тогда знаменитая книга Хаусдорфа [85] по теории множеств.

Первая теорема заметки [110] («фундаментальная теорема») гласит: «Всякое множество, измеримое B , есть A -множество». Приведенная теорема свидетельствует о том, что М.Я. Суслин не считал сформулированное утверждение уже установленным в хорошо известной ему заметке [72] (иначе он должен был бы просто дать соответствующую ссылку, хотя странно, что у него вообще нет ссылки на [72]). Отметим, что после того, как дано определение A -множества, из работы Александрова [72] можно усмотреть, что борелевские множества получаются из замкнутых с помощью операции Суслина. Про эту работу нередко писали (в том числе ее автор), что в ней открыта A -операция. Например, в комментарии к русскому переводу [72] утверждается, что «таблица (е) есть не что иное, как A - система множества E . Чтобы в этом убедиться, достаточно переписать...», и далее объясняется, как нужно перестраивать эту таблицу, чтобы получить представление Суслина. Из этого объяснения видно, что усмотреть A - систему в (е) можно лишь *post factum*, уже зная построение самого Суслина. Собственно, в свое время это признал и П.С. Александров, в ответ на слова Лузина: «В этом пункте, в этой второй таблице произошло переплетение нас трех, и отсюда возникает то, что я с полным правом могу сказать на своих лекциях, что Павлу Сергеевичу оставалось сделать один маленький шаг, и это открытие принадлежало бы Вам. Но ни Вы, ни я этого шага не сделали» ответивший: «Этого я не отрицаю» [17, с. 161]. Правда, следует указать, что построения П.С. Александрова все же ближе к окончательной конструкции Суслина, чем построения Ф. Хаусдорфа.

Имеются веские основания полагать, что Лузин не только поставил довольно конкретные задачи своим ученикам, но и оказывал им значи-

тельную помощь в доказательствах (не говоря уже о редактировании текстов их заметок на французском языке). Конечно, сейчас уже вряд ли удастся как-то документально установить степень его непосредственного участия в получении этих замечательных результатов. Рукописи М.А. Суслина не сохранились. Его дипломная работа, как отмечено в архиве Московского университета, была ему выдана. Доказательства всех теорем из краткого сообщения Суслина были даны в работах Лузина и Лузина и Серпинского. Эти доказательства, видимо, отличались от оригинальных, во всяком случае, как указано в [30, с. 248], в архиве Лузина имеется подробное неопубликованное доказательство Лузина теоремы Суслина с замечанием, что доказательство самого Суслина требует утомительных выкладок и «легко запутаться в символике. Нужна большая уверенность, когда кончаешь читать его, что твой взор достаточно острый, чтобы заметить какой-нибудь обман автора теоремы: так доказательство искусно». В. Серпинский, который не только был очевидцем первых открытий теории аналитических множеств, но и одним из ее создателей, писал в [58]: «Я также читал рукопись Суслина непосредственно после Лузина и знаю, как Лузин помогал своему ученику и направлял его работу. Некоторые авторы называют аналитические множества суслинскими; правильнее было бы называть их множествами Суслина–Лузина».

Несомненно лишь, что Лузин в своих дальнейших работах (в том числе с В. Серпинским и П.С. Новиковым) весьма существенно развил теорию суслинских множеств. В результате этих исследований и их непосредственных обобщений на случай полных сепарабельных метрических пространств было установлено, что введенные по методу Суслина множества в таком пространстве X суть непрерывные образы N^N , а также проекции замкнутых множеств из пространства $X \times N^N$ или проекции борелевских множеств из $X \times R$. На прямой суслинские множества можно описать как непрерывные образы борелевских множеств прямой. В классе суслинских множеств также верна гипотеза континуума. Наконец, чрезвычайно важен тот факт, что все суслинские множества измеримы относительно всех борелевских мер.

К сожалению, М.Я. Суслин скончался через три года после своего открытия, причем он больше не публиковал работ по этой теме, а с П.С. Александровым отношения Лузина вскоре серьезно испортились, что произошло также и в разногласиях приоритетного характера по поводу открытия A -множеств и связанной с ними терминологии; соответствующие факты можно найти в [17], [42], [12]. Отголосок старого конфликта можно увидеть и в том, что в русском переводе [72], выполненном самим П.С. Александровым, опущено имеющееся во французском оригинале упоминание о принадлежности Лузину части рассуждений. В результате этих разногласий Лузин принял решение использовать термин «аналитические множества» (возможно, как более нейтральный), но все же термин «сус-

линские множества» стал более широко распространенным. Этот термин (вместе с термином «операция Суслина») появился во втором издании книги Хаусдорфа [87], причем в [17] и [12] обсуждаются некоторые коллизии, связанные с введением этого термина. Известно также, что Лузин был против такой терминологии (см. [17], [42]). Возможно, какое-то объяснение дает фраза Лузина, сказанная много лет спустя в ответ на обвинения со стороны П.С. Александрова (см. [17, с. 161]): «Но когда я почувствовал, Павел Сергеевич, что наше переплетение – Суслина, Ваше и мое – очень тонкое, то я считал нужным вернуть терминологию на тот путь, из которого она возникла, именно Лебега о функциях множества». Переход к новой терминологии мог быть реакцией Лузина на полное непонимание учениками его вклада в работы Александрова и Суслина, которое так и бьет из стенограмм выступлений П.С. Александрова и ряда других лужинских учеников в [17] (как заметил Лузин [17, с. 161]: «Но здесь тоже надо мужество – сказать, что я занимался не только как переписчик Вашей ноты и не только тем, чтобы сокращать и вдавливать коленом этот материал, но мною было сделано очень много, и эта таблица была сделана мною одним»). Этот переход Лузина к новой терминологии начался со статьи [102] 1925 г.; еще в совместной статье с Серпинским [104] 1923 г. употребляется термин *A*-множество и говорится: «Только глубокий анализ теории *A*-множеств, созданной Суслиным, позволил нам получить результаты, изложенные в этом мемуаре»; в последующие годы Лузин пытается всячески привязать возникновение теории аналитических множеств к работе Лебега [94], чему сам Лебег был весьма удивлен [35]. Конечно, влияние работы Лебега [94] несомненно. Она упоминается и Хаусдорфом, и Александровым (без явного цитирования), и Суслиным, причем известно, что последние двое по указанию Лузина в течение длительного времени тщательно разбирали эту работу.

Таким образом, из упомянутых недавних обсуждений истории открытия суслинских множеств представляется обоснованным сделать не только вывод о том, что все-таки в полном объеме *A*-операция введена М.А. Суслиным, но и независимо от этого, что в работы Александрова и Суслина весьма существенный вклад был внесен Лузиным, причем этот вклад должным образом не оценен до сих пор.

Список литературы

1. Адян С.И., Новиков П.С. Об одной полунепрерывной функции // Уч. зап. МГПИ им. В.И. Ленина, 1958. – Т. 138. – №3. – С. 3-10 (есть в [50]).
2. Александров П.С. Математика в Московском университете в первой половине XX века // Историко-математические исследования, 1955. – Вып. 5. – С. 954.
3. Александров П.С. Лужинская математическая школа // Квант, 1977. – №10. – С. 13–21.

4. *Александров П.С.* Теория функций действительного переменного и теория топологических пространств. – М.: Наука, 1978.
5. *Александров П. С.* Страницы автобиографии // Успехи математических наук, 1979. – Т. 34, в. 6. – С. 219-249.
6. *Арсений В.Я., Ляпунов А.А.* Теория A -множеств // Успехи математических наук, 1950. – Т. 5. – С. 45-108.
7. *Бари Н.К., Люстерник Л.А.* Работы Н.Н. Лузина по метрической теории функций // Успехи матем. наук, 1951. – Т. 6, в. 6. – С. 28–46.
8. *Бескин Н.М.* Воспоминания о московском физмате начала 20-ых годов // Историко-математические исследования. 1993. – Вып. 34. – С. 163–184.
9. *Богачев В.И.* К истории открытия теорем Егорова и Лузина // Историко-математические исследования. – 2009. – Вып. 13 (48). – С. 54–67.
10. *Богачев В.И.* Основы теории меры. Т. 1, 2. 2-е изд. – Москва–Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2006.
11. *Богачев В.И.* Дифференцируемые меры и исчисление Маллявэна. –Москва–Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2008.
12. *Богачев В.И., Колесников А.В.* К истокам теории A -множеств: замечания в связи с переводом работы Хаусдорфа // Историко-математические исследования. – 2005. – Вып. 10 (45). – С. 300–307.
13. *Бурбаки Н.* Интегрирование. – М.: Наука, 1967, 1970, 1977.
14. *Вернадский В.И.* Переписка с математиками. (Сост. М.И. Кратко). – М.: Изд-во МГУ, механико-математический ф-т, 1996.
15. *Гольдштейн В.М., Решетняк Ю.Г.* Введение в теорию функций с обобщенными производными и квазиконформные отображения. – М.: Наука, 1983.
16. *Грэхэм Л., Кантор Ж.-М.* Имена бесконечности: правдивая история о религиозном мистицизме и математическом творчестве. – СПб.: Изд-во Европейского университета в Санкт-Петербурге, 2011.
17. *Демидов С.С., Левшин Б.В.* (отв. ред.) Дело академика Николая Николаевича Лузина. – СПб: Русский Христианский Гуманитарный институт, 1999.
18. *Долженко Е.П., Тумаркин Г.Ц.* Н.Н. Лузин и теория граничных свойств аналитических функций // Успехи матем. наук, 1985. – Т. 40, в. 3. – С. 71–84.
19. *Дюгак П.* «Дело» Лузина и французские математики // Историко-математические исследования, 2000. – Вып. 5(40). – С. 119–142.
20. *Игошин В.И.* Михаил Яковлевич Суслин: 1894-1919. – М.: Наука, Физматлит, 1996.
21. *Кановей В.Г.* Проективная иерархия Н.Н. Лузина: современное состояние теории. Справочная книга по математической логике. Ч. П. Добавление. – М.: Наука, 1982. – С. 273-364.
22. *Кановей В. Г.* Развитие дескриптивной теории множеств под

влиянием трудов Н.Н. Лузина // Успехи матем. наук, 1985. – Т. 40, в. 3. – С. 117–155.

23. Кановой В.Г., Любецкий В.А. О некоторых классических проблемах дескриптивной теории множеств // Успехи матем. наук, 2003. – Т. 58, в. 5. – С. 3-88.

24. Кановой В.Г., Любецкий В. А. Современная теория множеств. Борелевские и проективные множества. – М.: МЦНМО, 2010.

25. Келдыш Л.В. Идеи Н.Н. Лузина в дескриптивной теории множеств // Успехи матем. наук, 1974. – Т. 29, в. 5. – С. 183–196.

26. Колягин Ю.М., Саввина О.А. Дмитрий Федорович Егоров: путь ученого и христианина. – М.: Изд-во ПСТГУ, 2010.

27. Кузнецов П.И. Дмитрий Федорович Егоров (к столетию со дня рождения) // Успехи матем. наук, 1971. – Т. 26, в. 5. – С. 168–210.

28. Кузнецов П.И. Николай Николаевич Лузин (к девяностолетию со дня рождения) // Успехи матем. наук, 1974. – Т. 29, в. 5. – С. 197–210.

29. Кузнецов П.И. (сост.) Николай Николаевич Лузин (к 100-летию со дня рождения). Сб. статей. – М.: Знание, 1983.

30. Кук Р.Л. Архив Лузина // Историко-математ. исследования, 1993. – в. 34. – С. 246–255.

31. Кутателадзе С.С. Корни дела Лузина // Сиб. журн. индустр. матем., 2007. – №2(10). – С. 85-92.

32. Кутателадзе С.С. Дело Лузина – трагедия математики России // Матем. структуры и моделир., 2012. – в. 26. – С. 20–37.

33. Лаврентьев М.А. Николай Николаевич Лузин // Успехи матем. наук, 1974. – Т. 29, в. 5. – С. 177-182.

34. Ланко А.Ф., Люстерник Л.А. Из истории советской математики // Успехи матем. наук, 1967. – Т. 22, в. 6. – С. 13–140.

35. Лебег Л. Предисловие к книге Н.Н. Лузина «Лекции об аналитических множествах и их приложениях» // Успехи матем. наук, 1985. – Т. 40, в. 3. – С. 9–14 (пер. предисловия из французского оригинала [41] с комментариями В.А. Успенского).

36. Лузин Н.Н. К основной теореме интегрального исчисления // Матем. сб., 1912. – Т. 28, в. 2. – С. 266–294 (имеется в [140]).

37. Лузин Н.Н. Интеграл и тригонометрический ряд. – М., 1915 (2-е изд. с коммент.: ГИТТЛ, М., 1951; 1-е изд. опубл. также в Матем. сб., 1916, т. 30, в 1, – 242 с.).

38. Лузин Н.Н. Современное состояние теории функций действительного переменного. – М.-Л.: ГТТИ, 1933.

39. Лузин Н.Н. О некоторых новых результатах дескриптивной теории функций. – М.: Изд-во АН СССР, 1935.

40. Лузин Н.Н. Собрание сочинений. Т. 1-3. – М.: Физматгиз, 1953, 1958, 1959.

41. Лузин Н.Н. Лекции об аналитических множествах и их приложе-

ниях. – М.: ГИТТЛ, 1953. – 360 с. (сокр. и испр. пер. с фр.: Lecons sur les ensembles analytiques. Gauthier-Villars, Paris, 1930; существенно расширенный перевод дан в [40, т. 2]).

42. *Лузин Н.Н.* Письмо Л.В. Канторовичу (публ. С.С. Кутателадзе и Ю.Г. Решетняка) // Вестник РАН, 2002. – Т. 72, № 8. – С. 740-742.

43. *Люстерник Л.А.* Молодость Московской математической школы // Успехи матем. наук, 1967. – Т. 22, в. 1. – С. 137-161; 1967. – Т. 22, в. 2. – С. 199-239; 1967. – Т. 22, в. 4. – С. 147-185; 1970. – Т. 25, в. 4. – С. 189-196.

44. *Ляпунова Н.А., Федотов А.М., Фет А.И.* (редакторы-составители), Алексей Андреевич Ляпунов. 100 лет со дня рождения. – Новосибирск: Гео, 2011.

45. Математики рассказывают. Минувшее. – М., 2005.

46. *Медведев Ф.А.* Очерки истории теории функций действительного переменного. – М.: Наука, 1975.

47. *Медведев Ф.А.* Французская школа теории функций и множеств на рубеже ХК-ХХ веков. – М.: Наука, 1976.

48. *Медведев Ф.А.* Письма Д.Ф. Егорова к Н.Н. Лузину // Историко-математические исследования, 1980. – Вып. 25. – С. 335–361.

49. *Меньшов Д.Е.* Воспоминания о молодых годах и о возникновении Московской школы теории функций // Историко-математические исследования, 1983. – Вып. 27. – С. 312-333.

50. *Новиков П.С.* Избранные труды. Теория множеств и функций. Математическая логика и алгебра. – М.: Наука, 1979.

51. *Олевский А.М.* Модификация функций и ряды Фурье // Успехи матем. наук, 1985. – Т. 40, в. 3. – С. 157-193.

52. *Островский А.В.* Борелевские множества как суммы канонических элементов // Докл. РАН, 2007. – Т. 413, № 2. – С. 163-167.

53. *Пономарев С. П.* О свойстве N для гомеоморфизмов класса W_p^1 // Сиб. матем. журн., 1987. – Т. 28, № 2. – С. 140-148.

54. *Протасова Л.А., Тюлина И.А.* Владимир Васильевич Голубев. 1884-1954. – М.: Наука, 1995.

55. *Решетник Ю.Г.* Некоторые геометрические свойства функций и отображений с обобщенными производными // Сиб. матем. журн., 1966. – Т. 7, № 4. – С. 886-919.

56. *Решетняк Ю.Г.* N -свойство для пространственных отображений класса $W_{n,loc}^1$ // Сиб.-матем. журн., 1987. – Т. 28, № 5. – С. 149–153.

57. *Сакс С.* Теория интеграла. – М.: ИЛ, 1949.

58. *Серпинский В.* О теории множеств. – М.: Просвещение, 1966.

59. *Тихомиров В.М.* Открытие A -множеств // Историко-математические исследования, 1993. – в. 34. – С. 129–139.

60. *Тихомиров В.М.* Рождение Московской математической школы и

Франция // Историко-матем. исследования, сер. 2, 2005. – в. 9 (44). – С. 238–252.

61. *Тихонова А.А., Тихонов Н.А.* Андрей Николаевич Тихонов. Собрание. – М., 2006.

62. *Ульянов П.Л.* О работах Н.Н. Лузина по метрической теории функций // Успехи матем. наук, 1985. – Т. 40, в. 3. – С. 15–70.

63. *Ульянов П.Л.* Метрическая теория функций // Теория вероятностей, теория функций, механика. Сборник обзорных статей 5. К 50-летию Института, Тр. МИАН СССР, т. 182, – М.: Наука, 1988. – С. 180–223.

64. *Успенский В.А.* Вклад Н.Н. Лузина в дескриптивную теорию множеств и функций: понятия, проблемы, предсказания // Успехи матем. наук, 1985. – Т. 40, в. 3. – С. 85–116.

65. *Успенский В. А., Кановой В.Г.* Проблемы Лузина о конституантах и их судьба // Вестник Московского ун-та. Сер. I. Мат. мех., 1983. – № 6. – С. 73–87.

66. *Успенский В.А., Кановой В.Г.* Вклад М.Я. Суслина в теоретико-множественную математику // Вестник Московского ун-та. Сер. I. Мат. мех., 1988. – № 5. – С. 22–30.

67. *Федерер Л.* Геометрическая теория меры. – М.: Наука, 1987.

68. *Шапошников А.В.* Теорема лужинского типа для векторных полей на винеровском пространстве // Докл. РАН, 2010. – Т. 434, № 6. – С. 744–748.

69. *Эванс Л.К., Гариепи Р.Ф.* Теория меры и тонкие свойства функций. – Новосибирск: Науч. книга, 2002.

70. *Янков Я.* Об унификации A -множеств // Докл. АН СССР, 1941. – Т. 30. – С. 591–592.

71. *Alberti G.* A Lusin type theorem for gradients // J. Funct. Anal., 1990. – V. 100. – p. 110–118.

72. *Alexandroff P.* Sur la puissance des ensembles mesurables B // Comptes Rendus, Academie des Sciences. – Paris, 1916. – t. 162. – p. 323–325 (рус. пер. в [4]).

73. *Averna D.* Lusin type theorems for multifunction, Scorza Dragoni's property and Caratheodory selections // Boll. Un. Mat. Ital, 1994. – A 8, № 7. – p. 193–202.

74. *Bary N.* Mémoire sur la représentation finie des fonctions continues. I.: Les superpositions de fonctions absolument continues. II.: Le théorème fondamental sur la représentation finie // Math. Ann., 1930. – B. 103, S. 185–248, 598–653.

75. *Borel E.* Un théorème sur les ensembles mesurables // Comptes Rendus de L'Académie des Sciences. – Paris, 1903. – t. 137. – p. 966–967.

76. *Borel E.* Œuvres de Émile Borel. T. I–IV. Éditions du Centre National de la Recherche Scientifique. – Paris, 1972.

77. *Burke M.R., Fremlin D.* A note on measurability and almost continui-

ty // Proc. Amer. Math. Soc, 1988. – V. 102, № 3. – p. 611-612.

78. Černý R. Homeomorphism with zero Jacobian: harnack integrability of the derivative // J. Math. Anal. Appl., 2011. – V. 373, № 1. – p. 161-174.

79. Debs G., Saint Raymond J. Borel liftings of Borel sets: some decidable and undecidable statements. Mem. Amer. Math. Soc., 2007. – v. 876.

80. Egoroff D.-Th. Sur les suites de fonctions mesurables // Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. – Paris, 1911. – t. 152. – p. 244–246 (рус. пер.: Успехи матем. наук, 1971. – Т. 26, в. 5).

81. Ford C.E. The influence of P.A. Florensky on N.N. Luzin // Historia Mathematica, 1998. – V. 25. – p. 332-339.

82. Fremlin D.H. Measurable functions and almost continuous functions // Manuscr. Math., 1981. – v. 33, № 3-4. – p. 387–405.

83. Fremlin D. Measure theory. V. 1-5. University of Essex. – Colchester, 2000-2003.

84. Grafakos L. Classical and modern Fourier analysis // Pearson Prentice Hall, 2004.

85. Hausdorff F. Grundzüge der Mengenlehre. – Leipzig, 1914.

86. Hausdorff F. Die Mächtigkeit der Borelschen Mengen // Math. Ann., 1916. – B. 77, № 3. – S. 430-437; рус. пер.: Истор.- матем. исслед. Сер. 2, 2005. – в. 10(45).

87. Hausdorff F. Mengenlehre. W. de Gruyter. – Berlin-Leipzig, 1927 (русский пер. с изменениями и доп.: Хаусдорф Ф. Теория множеств. – М.-Л.: ГТТИ, 1937).

88. Hedberg L.I., Netrusov K. An axiomatic approach to function spaces, spectral synthesis, and Luzin approximation. Mem. Amer. Math. Soc., 2007. – V. 882.

89. Hencl S. Sobolev homeomorphism with zero Jacobian almost everywhere // J. Math. Pures Appl. (9), 2011. – v. 95, № 4. – P. 444–458.

90. Kechris A.S. Classical descriptive set theory. – Springer, Berlin - New York, 1995.

91. Koskela P., Malý J., Zürcher Th. Luzin's condition (N) and Sobolev mappings // Atti Accad. Naz. Lincei, Cl. Sci. Fis. Mat. Nat., IX. Ser., Rend. Lincei, Mat. Appl., 2012. – V. 23, № 4. – p. 455-465.

92. Lebesgue H. Sur une propriété des fonctions // Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. – Paris, 1903. – t. 137, № 26. – p. 1228-1230 (рус. пер.: Лебег А. Об одном свойстве функций. В кн.: История и методология естественных наук, в. XVI. Математика, механика. – М.: Изд-во МГУ, 1974. – С. 137–140).

93. Lebesgue H. Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives. – Paris: Gauthier-Villars, 1904; 2e éd. – Paris, 1928; русский пер.: Лебег А. Интегрирование и отыскание примитивных функций. – М.-Л.: ГТТИ, 1934.

94. *Lebesgue H.* Sur les fonctions représentables analytiquement *J. Math. Pures Appl.* (6), 1905. – V. 1. – p. 139-216.
95. *Lebesgue H.* Œuvres scientifiques. V. 1–5. L'Enseignement Mathématique. – Genève: Université de Genève, 1972.
96. *Lebesgue H.* Lettres d'Henri Lebesgue à Émile Borel. With an afterword by Bernard Bru and Pierre Dugac. Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques. – Paris: Université Paris VI, 1991. – 511 p.
97. *Lebesgue H.* Les lendemains de l'intégrale. Lettres à Émile Borel. Éd. par B. Bru et P. Dugac. Vuibert. – Paris, 2004.
98. *Liu F.-C.* A Lusin property of Sobolev functions // *Indiana Univ. Math. J.* 1977. – V. 26. – p. 645-651.
99. *Lorentz G.G.* Who discovered analytic sets? // *Mathematical Intelligencer*, 2001. – V. 23, № 4. – p. 28-32.
100. *Lusin N.* Sur les propriétés des fonctions mesurables // *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences.* – Paris, 1912. – t. 154. – p. 1688-1690 (рус. пер. в [40. – Т. 1. – С. 41-42]).
101. *Lusin N.* Sur la convergence des séries trigonométriques de Fourier // *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences.* – Paris, 1913. – t. 156. – p. 1655–1658 (рус. пер. в [40. – Т. 1. – С. 45–47]).
102. *Lusin N.* Sur un problème de M. Émile Borel et les ensembles projectifs de M. Henri Lebesgue; les ensembles analytiques // *Comptes Rendus, Académie des Sciences.* – Paris, 1925. – t. 180. – p. 1318-1320 (рус. пер.: [40. – Т. 2. – С. 301-303]).
103. *Lusin N.N., Privalov I.I.* Sur l'unicité et la multiplicité des fonctions analytiques // *Ann. Sci. Ecole Norm. Super. sér. 3.* – Paris, 1925. – V. 42. – p. 143–191 (рус. пер.: [40. – Т. 1. – С. 280-318]).
104. *Lusin N., Sierpiński W.* Sur un ensemble non-mesurable B // *J. Math. Pures Appl.* (9), 1923. – V. 2. – p. 53-72 (рус. пер.: [40. – Т. 2. – С. 285-300]).
105. *Malý J., Martio O.* Lusin's condition (N) and mappings of the class $W^{1,n}$ // *J. Reine. Angew. Math.*, 1995. – B. 458. p. 19-36.
106. *Marcus M., Mizel V.J.* Transformations by functions in Sobolev spaces and lower semicontinuity for parametric variational problems // *Bull. Amer. Math. Soc.*, 1973. – V. 79, № 4. – p. 790-795.
107. *Moonens L., Pfejfer W.F.* The multidimensional Luzin theorem // *J. Math-Anal. Appl.*, 2008. – V. 339, № 1. – p. 746-752.
108. *Ostrovsky A.* The structure of LC -continuous functions // *Acta Math. Hungar.*, 2011. – V. 133. – p. 372-375.
109. *Scorza Dragoni G.* Un teorema sulle funzioni continue rispetto ad una e misurabili rispetto ad un'altra variabile // *Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova*, 1948. – t. 17. – p. 102-106.
110. *Souslin M.* Sur une définition des ensembles mesurables B sans nombres transfinis // *Comptes Rendus, Académie des Sciences.* – Paris, 1917. – t. 164, № 2. – p. 88–91 (рус. пер.: [20, Приложение]).

111. *Taylor A.E., Dugac P.* Quatre lettres de Lebesgue à Fréchet // *Revue d'Histoire des Sciences*, 1981. – V. 34, № 2. – p. 149-169.

112. *Vitali G.* Una proprietà delle funzioni misurabili // *Rendiconti Reale del Istituto Lombardo* (2), 1905. – t. 38. – p. 600-603.

113. *Vitali G.* Opere sull'analisi reale e complessa. Carteggio. – Bologna: Edizioni Cremonese, 1984.

114. *Ziemer W.* Weakly differentiable functions. – Springer-Verlag, New York, Berlin, 1989.

ОБЗОР НАУЧНЫХ ТРУДОВ Н.Н. ЛУЗИНА

Е.А. Добрина, Р.А. Мельников
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец

Аннотация. В статье приведен обзор трудов известного отечественного математика, академика Н.Н. Лузина. Работы Н.Н. Лузина рассматриваются в хронологическом порядке. В статье показана корреляция между событиями в жизни ученого и выбором тематики его работ.

Ключевые слова: Н.Н. Лузин, труды Н.Н. Лузина, теория функций, теория функций действительной переменной, дескриптивная теория множеств.

Отечественным математикам принадлежит приоритет в разработке многих вопросов современной математической науки. Вклад представителей нашей математической школы в развитие некоторых разделов математики (теории дифференциальных уравнений, теории устойчивости, теории функций комплексного переменного, операционного исчисления, теории вероятностей и пр.) неоспорим. В ряду прославленных отечественных ученых, достигших наиболее существенных результатов, следует особо отметить академика Николая Николаевича Лузина (1883–1950). Он – один из основателей Московской математической школы теории функций действительного переменного (крупнейшей в мире).

Н.Н. Лузин был выдающимся математиком с широким диапазоном научных интересов. Его фундаментальные исследования, относящиеся к различным разделам математики – метрической теории функций, теории аналитических функций, дескриптивной теории множеств и уравнениям с частными производными, – логически связаны между собой и представляют собой наследие мирового уровня.

Начиная с первых своих работ, относящихся к теории функций, и завершая трудами последних лет жизни, относящимися к теории дифференциальных уравнений, Николай Николаевич выступал как ученый, жи-

вущий в постоянном поиске новых результатов, которого не устраивал установившийся уровень математических знаний, он стремился глубже познать математику – царицу всех наук.

Перейдем к краткому обзору трудов Н.Н. Лузина. Заметим, что тематика публикаций и смещение интересов ученого в ту или иную область математики теснейшим образом связаны с фактами из его биографии.

Первые работы Николая Николаевича были посвящены теории функций (вопросам интегрального исчисления и теории рядов).

В 1910 г. 27-летний приват-доцент Московского университета (по кафедре чистой математики) Н.Н. Лузин был командирован в г. Гёттинген (университетский городок на юге Земли Нижняя Саксония в Германии) для углубленного изучения математических наук и подготовки диссертации. Там он познакомился с известными немецкими математиками Феликсом Клейном (1849–1925) и Эдмундом Ландау (1877–1938). Эдмунд Георг Герман Ландау, внесший существенный вклад в теорию чисел, был руководителем научной стажировки молодого ученого.

Н.Н. Лузин увлёкся решением «проблемы континуума», то есть его интересовал вопрос: могут ли существовать множества, содержащие больше элементов, чем множества натуральных чисел, но меньше, чем множество точек отрезка? Попутно он занимался проблемой, суть которой состоит в следующем: можно ли представить любую периодическую функцию (даже имеющую бесконечно много точек разрыва) в виде суммы тригонометрического ряда? В результате была выбрана тема исследования – «Сходимость тригонометрических рядов».

Первая публикация Н.Н. Лузина вышла в свет при настоятельном участии профессора Ландау. Это была статья «Об одном степенном ряде», опубликована на немецком языке в г. Палермо (Италия) в 1911 г. [11].

За ней последовали четыре статьи по той же тематике: «К основной теореме интегрального исчисления», «Об одном случае ряда Тейлора», «К абсолютной сходимости тригонометрических рядов» и «Добавление к статье “К основной теореме интегрального исчисления”». Они были напечатаны на Родине ученого в 1912 г. (Математический сборник №28, выпуски 2,3,4).

В 1912 г. Н.Н. Лузин переехал в Париж. Там он познакомился с известными французскими математиками, теоретиками функциональной школы (Жаком Адамаром (1865–1963), Эмилем Борелем (1871–1956), Арно Данжуа (1884–1974), Анри Лебегом (1875–1941), Эмилем Пикаром (1856–1941), Анри Пуанкаре (1854–1912) и др.). От них он получил предложение печатать свои работы в «Comptes Rendus» (Отчетах) Парижской академии наук. Так, в 1912-1914 гг. в Париже (на французском языке) был опубликован цикл заметок (нот) Николая Николаевича: «К абсолютной сходимости тригонометрических рядов», «О свойствах измеримых функ-

ций», «О свойствах интеграла Данжуа», «О сходимости тригонометрических рядов Фурье», «Об одной проблеме Бэра».

Публикации, появившиеся за время пребывания за границей (1910–1914), легли в основу его диссертации. В 1915 г. он закончил работу над магистерской диссертацией «Интеграл и тригонометрический ряд», которая разительно отличалась от обычных диссертаций и высоким уровнем результатов, и необычным стилем. В каждом её разделе содержались новые проблемы и новые подходы к классическим задачам. Ставились задачи с наброском доказательств, использовались утверждения: «мне кажется», «я уверен», что дало повод читателю этой работы – академику В.А. Стеклову – сделать на полях много иронических пометок: «ему кажется, а мне не кажется», «гёттингенская болтовня» и т. п.

Диссертация Н.Н. Лузина определила дальнейшее развитие метрической теории функций. В ней автор привел список нерешенных проблем. Десятки лет эти проблемы служили источником вдохновения для математиков. Например, первая проблема касалась сходимости ряда Фурье квадратично интегрируемой функции. Спустя только 51 год она была решена шведским математиком Леннартом Карлесоном (р. 1928).

Д.Ф. Егоров (1869–1931), научный руководитель Н.Н. Лузина, представил магистерскую диссертацию своего ученика на Учёный совет Московского университета как докторскую диссертацию по чистой математике. Защита состоялась в 1916 г. и прошла триумфально. Лузин получил высшую степень доктора чистой математики, минуя степень магистра, и был избран экстраординарным профессором Московского университета. Это был редчайший случай в истории русской математики.

В 1915 г. в Москве оказался польский математик Вацлав Франциск Серпинский (1882–1969). Д.Ф. Егоров и Н.Н. Лузин помогли ему получить разрешение на проживание в Москве (до 1918 г.). После отъезда В. Серпинского (в г. Львов) Н.Н. Лузин состоял с ним в тесной научной переписке.

Сотрудничество двух ученых привело к появлению ряда статей: «О разбиении интервала на несчетное множество неизмеримых множеств» (1917), «Об одном свойстве континуума» (1917), «Элементарное доказательство основной теоремы о плотности множеств» (1917), «О некоторых свойствах А-множеств» (1918), «О разбиении континуума» (1922), «Об одном множестве неизмеримом В» (1923), «Об одном несчетном множестве первой категории на всяком совершенном множестве» (1928). Эти работы способствовали дальнейшему развитию теории функций действительной переменной и стимулировали учеников Лузина к самостоятельному поиску новых направлений в теории функций.

С 1917 г. берет начало активная работа семинара Лузина («Теория функций»). Первыми участниками этого семинара были ученики Н.Н. Лузина: П.С. Александров, Д.Е. Меньшов, М.Я. Суслин, В.С. Фёдоров,

А.Я. Хинчин (1-е поколение учеников); позже появились Н.К. Бари, В.И. Гливенко, А.Н. Колмогоров, Л.А. Люстерник, В.В. Немыцкий, П.С. Урысон, Л.Г. Шнирельман (2-е поколение). Еще позже (1923-1924 гг.) возникло третье поколение «Лузитании» (так стали называть школу Лузина) – Л.В. Келдыш, П.С. Новиков и др.

С 1918 по 1922 гг. Н.Н. Лузин работал профессором и заведующим кафедрой высшей математики Иваново-Вознесенского Политехнического института, но при этом он продолжал работать в МГУ. Благодаря этому факту в Известиях ИВПИ были напечатаны две его работы: «О конформном отображении» (1919) и «О существовании аналитических функций, равномерно бесконечных вблизи купюры» (1922). Тем самым Николай Николаевич продемонстрировал смещение своих интересов в сторону теории аналитических функций.

Этот интерес был подхвачен И.И. Приваловым (также учеником Д.Ф. Егорова), что находит подтверждение в их совместной публикации «О единственности и множественности аналитических функций» (1924-1925). В этой статье авторы рассмотрели проблему граничных свойств единственности аналитических функций, указали на связь между граничными свойствами аналитических функций в единичном круге и метрикой римановых поверхностей, на которые они отображают круг.

В середине и конце 1920-х годов Н.Н. Лузин написал ряд работ по дескриптивной теории множеств: «Об одной проблеме Эмиля Бореля и проективных множествах Анри Лебега; аналитические множества» (1925), «О проективных множествах Анри Лебега» (1925), «Мемуар об аналитических и проективных множествах» (1926), «Замечания о проективных множествах» (1927), «Об аналитических множествах» (1927), «Об одном общем принципе теории аналитических множеств» (1929), «Лекции об аналитических множествах и их приложениях» (1930).

В 1930 г. был арестован Д.Ф. Егоров по сфабрикованному делу (вместе с известным философом А.Ф. Лосевым), а в 1931 г. умер в ссылке в Казани. Можно сказать, что арест и смерть учителя негативно отразились на публикационной активности Н.Н. Лузина. Он покинул МГУ и нашёл себе пристанище у академика С.А. Чаплыгина в ЦАГИ (Центральный аэрогидродинамический институт), продолжая (с 1929 г.) возглавлять отдел теории функций в находившемся тогда в Ленинграде Математическом институте им. В.А. Стеклова.

Заметим, что в период с 1931 по 1933 гг. из-под пера Н.Н. Лузина вышло всего 8 публикаций, в то время как с 1928 по 1930 гг. – 14 работ.

Только в 1934-1935 гг. Н.Н. Лузин вернулся к привычной жизни. Он продолжил публиковать работы, главным образом, в области метрической теории функций (например, «О последовательностях измеримых функций», «О строении измеримых функций», «О некоторых трудных проблемах теории функций» и пр.).

Но в 1936 г. – новое потрясение, небезызвестное «Дело Лузина», которое выбило его из колеи так, что в 1936-1937 гг. не было зафиксировано ни одной его публикации.

В конце 1930-х – начале 1940-х гг. Н.Н. Лузин начал исследовать проблемы дифференциальной геометрии, теории чисел и дифференциальных уравнений с частными производными. Публикации этого периода: «Об одной теореме теории уравнений с частными производными» (1938), «Доказательство одной теоремы теории изгибаия» (1939), «О частях натурального ряда» (1940) и др.

В 1939 г. Н.Н. Лузина пригласили на работу в Институт автоматики и телемеханики АН СССР, где выдающийся математик работал до последних дней жизни. Там он получил новые фундаментальные результаты по матричной теории дифференциальных уравнений, непосредственно связанные с теорией автоматического управления. Этой проблеме, например, была посвящена статья «К изучению матричной теории дифференциальных уравнений» (1940).

Некоторые труды Н.Н. Лузина стоят особняком от основных направлений его научного творчества. Так, например, две публикации «О методе академика А.Н. Крылова составления векового уравнения (1931) и «Проблемы приближённого интегрирования академика С.А. Чаплыгина» (1947) отразили его взгляды на методы, предложенные маститыми учёными.

Отметим также, что один раз Н.Н. Лузин публиковался в журнале «Математика в школе». Это была заметка «К статье проф. Василия Никитича Депутатова “О формальной недостаточности правила Лопиталья Демон”» (1948, №5).

Перу Н.Н. Лузина принадлежат также статьи по истории математики, статьи в БСЭ и некрологи: «Борель Эмиль» (1927, БСЭ), «Валле Пуссен Шарль Жак» (1928, БСЭ), «Поль Аппель (1885-1930). Некролог» (1931), «Иван Александрович Лаппо-Данилевский (1896-1931). Некролог» (1931), «Эйлер. По поводу 150-летия со дня смерти» (1933), Исаак Ньютон как математик и натуралист» (1943).

Н.Н. Лузин – автор монографий и учебников (большинство книг неоднократно переиздавались):

«Элементы дифференциального и интегрального исчислений (переработка курса В. Грэнвиля)»;

«Курс дифференциального и интегрального исчисления» (в 2-х частях);

«Теория функций действительного переменного».

Еще одним важным направлением работы Н.Н. Лузина было редактирование учебников. Назовем лишь несколько имен авторов, чьи учебники были отредактированы Н.Н. Лузиным: В. Грэнвиль, Г. Дуббель, И.И. Жегалкин, М.И. Слудская, Н.К. Бари.

Труды Н.Н. Лузина по насыщенности содержания, глубокому анализу математических понятий, общности результатов, многообразию новых методов, изяществу изложения вывели его в ряд учёных, заслуживших уважение во всем мире.

Список литературы

1. *Бари Н.К., Голубев В.В.* Биография Н.Н. Лузина // Собрание сочинений Н.Н. Лузина. Т.3. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – С. 468–483.
2. *Бари Н.К., Люстерник Л.А.* Работы Н.Н. Лузина по метрической теории функций // Успехи математических наук. Т. 6:6(46). 1951. – С. 28–46.
3. *Гольцман В.К., Кузнецов П.И.* Работы Н.Н. Лузина по дифференциальным уравнениям и по вычислительным методам // Успехи математических наук. Т. 7:2(48). – 1952. – С. 17–30.
4. Дело академика Лузина / Под ред. Демидова С.С., Левшина Б.В. – РХГИ, 1999. – 368 с. (стенограммы выступлений).
5. *Долженко Е.П., Тумаркин Г.Ц.* Н.Н. Лузин и теория граничных свойств аналитических функций // Успехи математических наук. Т.40:3(243) (1985). – С. 71–84.
6. *Келдыш Л.В., Новиков П.С.* Работы Н.Н. Лузина в области дескриптивной теории множеств // УМН, 8:2(54) (1953), С. 93–104.
7. *Колягин Ю.М., Саввина О.А., Тарасова О.В.* Иван Иванович Жегалкин – блестящий педагог и передовой ученый, уроженец Орловщины (К 65-летию со дня смерти) // Ученые записки Орловского государственного университета. – 2012, №2. – С.254-261.
8. *Колягин Ю.М., Саввина О.А.* Дмитрий Федорович Егоров: Путь учёного и христианина. – М.: Изд-во ПСТГУ, 2010. – 302с.
9. *Лузин Н.Н.* Интеграл и тригонометрический ряд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 468с.
10. *Лузин Н.Н.* Работы по теории функций комплексного переменного // УМН, 7:2(48) (1952), С. 3-6.
11. *Лузин Н.Н.* Über eine Potenzreihe. (Об одном степенном ряде). Göttingen, den 8 August, 1911, p. 386-390 // Stampato il 18 novembre 1911 Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo. T. 32., Anno 1911, 2^o semestre. Adunanza del 13 agosto 1911. С. 1-5.
12. *Фёдоров В.С.* Труды Н.Н. Лузина по теории функций комплексного переменного // УМН, 7:2(48) (1952), С. 7-16.

К ОЦЕНКЕ Н.Н. ЛУЗИНЫМ ИДЕИ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ЛОГИК

В.А. Бажанов

*Ульяновский государственный университет,
г. Ульяновск*

Аннотация. В работе рассматриваются идеи Н.А. Васильева (1880 – 1940) в области неклассических и альтернативных логик, которые были им высказаны в 1910–1914 годах, приводится объяснение тому факту, что эти идеи долго не находили должной оценки. Отзыв Н.Н. Лузина на работы Н.А. Васильева, относящийся к 1927 году, оказался первой оценкой трудов ученого, в котором отмечалась их ценность для логики и математики.

Ключевые слова: неклассические, альтернативные логики, интуиционизм, закон исключенного третьего, закон (не)противоречия.

Логика всегда занимала в науке особое место. Особое положение логики задается ее двойственной функцией по отношению к другим научным дисциплинам. Во-первых, в логике в явном виде фиксируются и изучаются способы рассуждений, которые неявно приняты, которые невидимо «работают» во всех областях научного знания. Во-вторых, в недрах логики складываются принципиально новые типы, принципиально новые способы рассуждений и доказательств, со временем перенимаемые иными науками и приобретающие характер своего рода общенаучных норм построения и развертывания знания.

Связь логики и математики настолько тесная и прочная, что зачастую невозможно определить, где «заканчивается» логика и «начинается» математика и наоборот. Одно из известных выражений этой связи – так называемый логицизм, который долгое время определял влиятельное направление в основаниях математики и который до сих сохраняет значительную степень этого влияния [7].

Современная наука характеризуется еще одной особенностью, которая тесно связана с процессом математизации научного знания, – интенсивным возникновением теоретических систем, которые обычно именуются альтернативными или неклассическими. Рождение неклассической науки восходит, по-видимому, к рождению неевклидовой геометрии. В настоящее время неклассическая наука в сфере математики и математического естествознания обогатилась целым семейством неклассических концепций и систем.

Теории и концепции неклассического содержания бурно возникали и в логике, причем логика вслед за геометрией оказалась одной из первых наук, которой коснулись данные тенденции. Это выразилось в создании неклассических и альтернативных формальных систем, которые базируются либо на иных, нежели классические, принципах, либо обладают языка-

ми с более богатыми выразительными возможностями, либо покрываются другими семантиками, либо им присущи все или часть указанных свойств.

Неклассические логики могут строиться с целью расширить дедуктивные и выразительные возможности классической логики. Модальные логики, языки которых оснащены специальными операторами для выражения категорий возможности, необходимости, долженствования, запрещения, временного порядка и т.д., дополняют классическую логику. Неклассические логики также строятся как альтернативные системы к классическим – системы, например, свободные от тех или иных основополагающих принципов и (или) норм доказательности, которые присущи классическим системам и в справедливости которых ученые могли усомниться в процессе своей исследовательской практики. Альтернативные логики призваны превзойти в тех или иных отношениях классические или даже заменить их. К такого рода логикам обычно относят интуиционистские, релевантные и паранепротиворечивые логики.

Релевантные логики, родоначальником которых явился И.Е. Орлов благодаря своей статье, опубликованной в 1928 году в «Математических заметках», пересматривают классическое понятие логического следования, главная особенность которого состоит в требовании истинности заключения при данных истинных посылках. Релевантное понятие логического следования прибавляет к этому требованию еще требование связи посылок и заключения по содержанию. Поэтому в релевантных логиках удастся избежать парадокса материальной импликации (об И.Е. Орлове см.: [2]).

Интуиционистская (а также близкородственная ей конструктивистская) логика строится путем отказа от ряда важнейших положений классической логики – закона исключенного третьего и снятия двойного отрицания. Отвергая ряд коренных абстракций классической математики и логики, интуиционистская логика ориентирована на проведение алгоритмических процедур, свойственных точному конструктивному рассуждению.

Н.А. Васильев стоял у истоков едва ли не большинства разделов современной неклассической математической логики [3]. Приоритет Н.А. Васильева в выдвижении новых логических концепций признан в мировом масштабе, однако это признание пришло спустя десятилетия после смерти ученого. Ученый ныне мировым логико-математическим сообществом заслуженно считается основоположником паранепротиворечивой логики [6]. Именно в паранепротиворечивой логике – логике, свободной от закона (не)противоречия, – на формальном уровне воплощен лейтмотив воображаемой, в прямом значении неаристотелевой, логики. Идеи, связанные с критикой еще в 1910 г. закона исключенного третьего, делают Н.А. Васильева тем, кто в известной мере предвосхитил рождение еще одной альтернативной классической логики – интуиционистской. Кроме того, он является и родоначальником логики, дополнительной к классической, многозначной.

С 1910-х годов и вплоть до 1970 года работы Н.А. Васильева почти не замечались. Не замечались в силу ряда причин – из-за того, что они на много опережали свое время (первая логическая система, толерантная к противоречию, была построена независимо от работ Васильева Ст. Яськовским в 1948 году; затем исследования подобных систем возобновились Н. Да Коста и Д. Нельсоном только десятилетие спустя), что они были практически недоступны ведущим зарубежным ученым и т.д. Между тем некоторые современники Васильева в какой-то мере понимали глубину замыслов ученого. *Поскольку логические труды Васильева носят содержательный характер и отличаются богатством разбросанных в них идей, то каждое последующее поколение вычитывало в этих трудах то, что оказывалось созвучным новейшим тенденциям в логике и лишь входящим в сферу размышлений новаторским идеям.*

Лишь 13 января 1911 года, когда Н.А. Васильев делал доклад на заседании Казанского физико-математического общества, было отмечено новаторство его «воображаемой логики». На этом заседании присутствовало непривычно большое число слушателей: 20 членов общества и 100 «посторонних лиц» [Известия Казанского физико-математического общества, 1911, с.4].

Газета «Камско-Волжская речь» от 16 января 1911 года подчеркивала, что ситуация, с которой столкнулся докладчик по ходу прений, сильно напоминала ситуацию, в которой Н.И. Лобачевский открыл неевклидову геометрию. Как известно, Лобачевский отверг знаменитый пятый постулат Евклида и построил геометрию без этого постулата, причем в результате получилась внутренне непротиворечивая геометрическая система. Н.А. Васильев предпринял аналогичную попытку отбросить один из основных законов аристотелевой логики – закон (не)противоречия, всегда принимавшийся за своего рода аксиому. Оказалось, отмечала эта газета, что без закона противоречия также получаются «вполне стройные и замкнутые системы, т.е. аристотелева логика является одной из возможных, равно “истинных” логик» [Камско-Волжская речь, 16 января, 1911, с.5].

Большинство слушателей ясно отдавали отчет в том, что, в сущности, Н.А. Васильев является автором «логического открытия». Подобно тому, замечал известный философ и психолог В.Н. Ивановский, как Лобачевский вскрыл эмпирическое происхождение геометрических аксиом, которые интерпретируются ныне как далеко идущее обобщение опытных данных, так и исследования Н.А. Васильева проливают новый свет на эмпирическую природу законов логики.

На фоне продолжительного забвения работ Н.А. Васильева знаменателен «Отзыв на работы по математической логике Н.А. Васильева», который был дан в начале 1927 года выдающимся советским математиком, одним из основателей Московской математической школы, академиком (а в

момент написания отзыва еще членом-корреспондентом) Н.Н. Лузиным (полный текст впервые приведен в [1]).

Н.Н. Лузин, в частности, писал, что «работы Н.А. Васильева по логике имеют большое значение в отношении исследования принципов мышления вообще, но... в последнее время идеи Н.А. Васильева получили самую высокую важность вследствие новых течений в математике (имеются в виду интуиционизм и эффективизм; программу последнего успешно развивал сам Н.Н. Лузин. – В.Б.).».

Далее Н.Н. Лузин пояснял: «В последнее время, в связи с пересмотром основ математики, пришлось отказаться от привычных взглядов на бесконечность, и в частности пришлось потребовать для нее особой логики, существенно отличающейся от логики конечных вещей. Более точно: пришлось в связи с парадоксами, начавшими загромождать математику, отказаться от применения к бесконечным предметам (каковы: пространство, время, множество, число») *закона исключенного третьего и заняться*, таким образом, строительством новой логики, существенно отличной от аристотелевой, именно: *логики без закона исключенного третьего*... Работы Н.А. Васильева именно посвящены созданию такой точно логики.

Задолго, еще в 1910 году, когда и речи не могло быть о создании для математики новой логики и о тех недовольствах ею, которыми пропитаны современные математические исследования, Н.А. Васильев начал систематическое построение своей “воображаемой логики”, ставшей такою реальностью в последние годы 1924 – 1926. Таким образом, идеи Н.А. Васильева удивительным образом совпадают с новейшими усилиями, к которым должны теперь прибегнуть математики силою вещей (Н.Н. Лузин в этой связи упоминал имена Л. Э. Я. Брауэра, Г. Вейля, Д. Гильберта и Э. Бореля – В.Б.). Эти совпадения наилучшим образом выявляют объективную ценность совпавших мыслителей (сохранена орфография оригинала – В.Б.) [4].

Введение нового класса индифферентных суждений сопровождалось у Н.А. Васильева последовательной и обстоятельной критикой закона исключенного третьего, непосредственно связанного с отказом от принципа двужначности логических суждений, причем им различаются «определенно-числовые суждения» от «неопределенно-числовых суждений». Это придает его работам содержание, которое справедливо расценивается как предвосхищение ряда положений не только интуиционистской, но и конструктивной логики [5]. Как раз на это содержание обратил внимание Н.Н. Лузин. Критика закона исключенного третьего проводилась Н.А. Васильевым почти одновременно с родоначальником интуиционизма Л.Э.Я. Брауэром и уж, разумеется, совершенно независимо от него. Однако идеи Брауэра в дальнейшем имели более счастливую судьбу, отчасти благодаря такому ученику и последователю, как, А. Гейтинг, представившему эти идеи в формализованном и привычном для логического сообщества виде.

Однажды Андрей Белый заметил, что есть имена ученых, слава которых далеко опережает их труды, ибо квазинаучное обоснование общей мысли, разделяемой всеми, нравится более, чем строго научное обоснование новой и оригинальной концепции, и если эти мысли облечены в скромную, незатейливую форму, а не в ослепляющие парадоксы, то порой получается, что этого ученого надолго постигает забвение; новая, нужная, быть может, революционная мысль долго таится под спудом, покрывается пылью обыденности, в возможном интересе нескольких специалистов к частностям исследования растворяется руководящая мысль. С тем большим восторгом, считал Андрей Белый, последующая эпоха видит в обычном и забытом необычное, глубоко оригинальное, искристый свет начинает пробиваться сквозь пыль архивов.

Именно под таким углом зрения сейчас оцениваются труды Н.А. Васильева. Отзыв на его работы Н.Н. Лузина однозначно свидетельствует не только об их значимости, но и искусстве Н.Н. Лузина чутко реагировать на новые нетривиальные идеи и не бояться оценивать их по существу.

Работа поддерживалась грантом РФФИ (№13-06-00005a).

Список литературы

1. *Бажанов В.А.* Н.А. Васильев и оценка его логических идей Н.Н. Лузиным // Вопросы истории естествознания и техники, 1987. – № 2. – С. 79-86.
2. *Бажанов В.А.* Ученый и «век-волкодав». Судьба И.Е. Орлова в логике, философии, науке// Вопросы философии, 2001. № 11. С. 125 – 135.
3. *Бажанов В.А.* Н.А. Васильев и его воображаемая логика. Воскрешение одной забытой идеи. – М.: Канон +, 2009.
4. *Лузин Н.Н.* Отзыв о работах Н.А. Васильева по математической логике (1927 год) // Архив автора.
5. *Стяжкин Н.И.* Формирование математической логики. М.: Наука, 1967.
6. *Arruda A.I.* A Survey of Paraconsistent Logic // Mathematical Logic in Latin America / Eds. Arruda, A.I., Chuaquai, R., Da Costa, N.C.A. Amsterdam; N.Y.; Oxford: North-Holland, 1980. – P. 1-41.
7. *Linsky B., Zalta E.N.* What is Neologicism? // The Bulletin of Symbolic Logic, 2006. – Vol. 12. – Pp. 60– 99.

К РЕКОНСТРУКЦИИ ОДНОГО ФИЛОСОФСКОГО ДИАЛОГА (О ВЗГЛЯДАХ Н.Н. ЛУЗИНА И А.Ф. ЛОСЕВА НА ПРОБЛЕМУ КОНТИНУУМА)

В.П. Троцкий

*Библиотека истории русской философии и культуры
«Дом А.Ф. Лосева»,
г. Москва*

Аннотация. В статье сопоставляются философские подходы Н.Н. Лузина и А.Ф. Лосева к постановке и разрешению проблемы континуума. При этом используются материалы недавно введенной в научный оборот работы А.Ф. Лосева «Диалектические основы математики».

Ключевые слова: проблема континуума, актуальная бесконечность, натуральный ряд чисел, мощность континуума, эффективизм, номинализм, реализм.

Недавнее событие – выход в свет книги А.Ф. Лосева «Диалектические основы математики» (создавалась в 1930-е годы, впервые публиковалась, частями, в 1997 и 1999 гг. и в полном объеме – в 2013 г.), несомненно, задаст и уже задает философам немало работы, прежде всего, по осмыслению самой философской системы, заложенной в этом исследовании, самого метода, который однажды был «применен для конструирования математики в целом» [2, с.10]. Наверняка что-то поучительное смогут найти в «Диалектических основах математики» современные математики и историки математики, особенно те из них, кто склонен задумываться об истоках математического творчества и узнавать (или искать) за математическим объектом ту или иную реальность, видеть ту или иную онтологию. Но еще материалы этой книги дают интересные возможности для изучения самой истории некоторых фундаментальных идей и, соответственно, драматической истории людей, к рождению и развитию таких идей волею судьбы причастных. Одну из подобных историй, связанных с *проблемой континуума* (эта проблема, как известно, волновала и волнует многих философов и математиков уже на протяжении примерно века), мы вкратце и обрисуем, точнее, попытаемся в гипотетическом виде наметить, в настоящей статье. Будем при этом сопоставлять взгляды двух замечательных современников и собеседников – Н.Н. Лузина, как известно, самого «философствующего» из русских математиков XX века, и А.Ф. Лосева, предстоящего – особенно после создания «Диалектических основ математики» – действительно самым «математизирующим» из русских философов. Достоверно известно, что они напрямую общались в 1920-е годы (и каждый, что немаловажно, по-настоящему дружил с Д.Ф. Егоровым, выдающимся математиком, их соседом по Арбату, который их и «свел») и при этом, конечно, спорили о природе бесконечности, о границах возможности ее по-

стижения и описания. Спорили – ибо встретились точки зрения убежденного «конструктивиста» и не менее убежденного «идеалиста».

К сожалению, прямой фиксации результатов упомянутого общения не было (и – по условиям времени – вряд ли такая фиксация могла состояться), и можно только пытаться реконструировать этот трудный диалог, используя, с одной стороны, некоторые сохранившиеся следы философской рефлексии в творческом наследии Н.Н. Лузина и, с другой стороны, те или иные положения из программы «Диалектических основ математики» А.Ф. Лосева, которые выступают как прямой ответ в оппонировании Лузину.

Ключевой в нашей теме вопрос, занимавший в начале века и математиков и философов, – вопрос о самом статусе *актуальной бесконечности*. Он стал чрезвычайно острым в связи с созданием Г. Кантором теории трансфинитных множеств и выявлением в ней знаменитых парадоксов. Вот как отношение к актуальной бесконечности выражалось у Н.Н. Лузина, пожалуй, ярче и откровеннее всего не в его теоретических публикациях, но в кругу близких друзей; приводим ярко-экспрессивное признание его из переписки с П.А. Флоренским: «... Вы ищете бестрепетного сердца непреложной Истины, оснований всему, смело шагаете через все, считая теории, как карточные домики, а я... я не жду последних “как” и “почему”, и, боясь бесконечного, я сторонюсь его, не верю в него.

Нет актуальной бесконечности! А когда мы усиливаемся говорить о ней, мы *фактически* всегда говорим о конечном и о том, что за n всегда есть $n+1$... вот и все!» [8, с. 178]. Вся последующая деятельность Лузина-математика во многом состояла в попытках расширения «эффективизма» теории множеств и «в усилиях как-то уничтожить эту идею» актуальной бесконечности [9, с. 244]. «Уничтожить» – не удалось, как признал и сам Лузин. Для А.Ф. Лосева выбор – априорный, и для него неизбежный выбор был в пользу актуальной бесконечности. Полемизируя с Лузиным, он строил в «Диалектических основах математики» философское обоснование самой необходимости актуальной бесконечности в мире чисел [2, с. 479–507]. Более того, в диалектической системе Лосева эта бесконечность была в некотором смысле первоосновой для всей числовой системы. Здесь, к примеру, конечное число представало производным от числа бесконечного: конечная величина, как показывает философ в частности, есть «относительное (т.е. некоторое, то или иное) тождество бесконечности и нуля» [2, с. 506].

Столь же принципиальное столкновение позиций мыслителей намечено по вопросу о природе *натурального ряда чисел*. Отказываясь принимать идею завершенной (актуальной) бесконечности, Н.Н. Лузин вынужден был констатировать, что противоречиво и нелепо трактовать «вполне понятный» натуральный ряд чисел как некое целое и «объективное», даже заявлял, шокируя многих своими крайними выражениями, что натураль-

ный ряд как таковой не существует, ибо всякий раз он – лишь некая «функция головы» конкретного математика, который в данный момент думает и говорит о числах. Здесь Лузин явно присоединился к высказыванию Адамара по поводу его принципиального расхождения с Лебегом, – когда «в соприкосновение вошли по-иному устроенные умы» и даже указывалось, по какому именно физиологическому параметру эти «головы» существенно «иные» [5, с. 28].

Позиция А.Ф. Лосева выражается невозмутимо классически, она, можно сказать, классически-платоническая: он берется логически непротиворечиво дедуцировать натуральный ряд чисел как законченный математический объект: см. в «Диалектических основах математики» раздел с развернутой содержательной «формулой натурального ряда» [2, с. 438–453].

Далее, занимаясь выяснением вопроса о *строении континуума* (вопрос неизбежно возникал при восходящей к Г. Кантору попытке получить сплошное, непрерывное многообразие из изолированных точек), Н.Н. Лузин много лет своего математического творчества потратил на конструирование своеобразных «заместителей» для континуума – обозримых и поддающихся конечным преобразованиям множеств-примеров, в которых не понадобилось бы представление об актуальной бесконечности и неизмеримости («я вовсе не верю в существование неизмеримых множеств» [6, с. 695]). В рамках развиваемой Лузиным и его учениками дескриптивной теории множеств был предложен новый класс т.н. проективных множеств, свойства которых должны были максимально далеко «расширить пределы “эффективизма” множеств» [5, с. 53]. Но это все-таки был не континуум. Попутно Н.Н. Лузин открыл фундаментальный факт существования в математике алгоритмически неразрешимых проблем, поскольку среди проективных множеств оказались «объекты, которые никогда никем не будут реализованы» [7, с. 708].

В «Диалектических основах математики» А.Ф. Лосев предложил логически безупречную (с позиций исповедуемой им диалектической логики) конструкцию континуума: см. раздел «Аксиома выражения в теории множеств» [2, с. 342–383]. Континуум у Лосева выступил как максимально синтетичное и естественно выраженное⁸ обобщение «числового развития».

⁸ Выражение – один из главных принципов в философском языке А.Ф. Лосева. Между прочим, реконструируемую полемику Н.Н. Лузина и А.Ф. Лосева вокруг проблемы континуума очень интересно было бы рассмотреть еще по одному аспекту, достаточно широкому: речь о содержании самого акта номинации (называния) в математике. Оппозиция, в кратком описании, такова. А.Ф. Лосев, платоник и «имяславец», строил свою теорию языка (в «Философии имени», 1927) и конструировал максимально «выразительные» области математического знания (в «Диалектических основах математики») с позиций философского реализма. Н.Н. Лузин в построениях дескриптивной теории множеств уделял особое внимание «называемым» и «хорошо определенным» объектам и формулировал проблему континуума в следующем уточнении (переименовывая ее в «проблему Лебега»): можно ли *назвать* совокупность точек континуума, имеющую мощность равную $\aleph_1$? [4, с. 173]. Здесь ярко выражена позиция философского номинализма. Намеченная интересная тема заслуживает специального и подробного рассмотрения, а в настоящем примечании лишь резервируется для будущего исследования.

Здесь же автор воспользовался одной характерной «проговоркой», которую он почерпнул именно у Н.Н. Лузина, давшего любопытное описание вкусовых предпочтений и «разброда» среди математиков, приступающих к проблеме континуума.

«Для характеристики этого разброда», отмечал Лосев, Н.Н. Лузин использовал образ, схожий с известным в истории науки «демоном» Максвелла, который «владеет каждым математиком и внушает ему одни вкусы, исключая другие» [2, с. 376]. Вот эти «демоны»:

«1. “Демон” Брауэра. Его область есть область целого *конечного*, и притом *ограниченного* путем указания верхнего конечного предела. За этой областью все лежит “вне математики”».

2. “Демон” Бэра. Его область есть просто область целого *конечного* без указания верхней конечной границы. Бесконечное – это лишь *façon de parler* и находится “вне математики”.

3. “Демон” Бореля. Его область есть область счетной бесконечности. Всякое несчетное множество – “вне математики”.

4. “Демон” Лебега. Его область есть область мощности континуума. Всякая операция, требующая континуум простых шагов, доступна этому “демону”; поэтому определение верхней меры еще лежит в области математики. Но мощность 2^c , мощность совокупности всех функций, уже отрицается Лебегом и не по силам его “демону”.

5. “Демон” Цермело. Его поле операций – всякие мощности, в частности, всякое множество “демон” Цермело может “сделать” вполне упорядоченным» [5, с. 52].

Лузин заметил: «...в указанной классификации нет места соображениям умеренности, и интересны лишь ее фланги» [5, с. 53] и, выбирая между «демонами» Брауэра и Цермело (и, разумеется, Кантора), предпочел слушаться «демона» Брауэра.

«Можно только улыбнуться наивности этих философских рассуждений, – констатировал Лосев, – и похвалить за откровенное признание математиками субъективизма своей философии. Сказать, что существует только конечное и нет ничего бесконечного, или сказать, что существует только бесконечное и нет никаких подразделений в сфере бесконечного, – это значит слишком откровенно раскрывать свои ни на чем не основанные, но весьма интимные потребности и симпатии» [2, с. 377].

Здесь, собственно, мы окончательно видим и убеждаемся, что в истории с проблемой континуума, как она разворачивалась при участии Н.Н. Лузина и А.Ф. Лосева (двух мыслителей, максимально открыто выразивших свою философскую позицию), наш «математизирующий» философ во многих отношениях выступал как антипод к «философствующему» математику. Вернее, история распорядилась так, что эти две фигуры будто специально были созданы в дополнение и помощь друг другу. Жаль, что «Диалектических основ математики» Н.Н. Лузин, по всей видимости, не

знал. Может быть, в противном случае многие проблемы континуума были бы решены? Только, разумеется, для этого еще было бы необходимо перейти с «почвы чисто словесных логических дедукций» [6, с. 695], столь тщательно разработанных в лосевских «Диалектических основах математики», на «почву математической реальности», и переход этот или, точнее, перевод с философского языка на язык математический был под силу только Н.Н. Лузину.

Да будет нам позволено в заключение одно свидетельство, так сказать, личного свойства. Когда в 1997 году в издательстве «Мысль» вышло первое, еще неполное издание работы А.Ф. Лосева [2], которое мне довелось готовить к публикации, то первым делом эта книга была преподнесена Ю.А. Шрейдеру (1927–1998). Для меня было очень важно знать мнение этого крупного математика и философа о новооткрытой работе А.Ф. Лосева. Юлий Анатольевич с большим энтузиазмом отнесся к ее изучению («она у меня теперь – прямо, настольная книга»), а на мое сетование, что в 1930-е годы у Лосева с его трактатом об основаниях математики просто не оказалось достойного читателя, он ответил быстро и убежденно: «Лосева мог понять и оценить только Николай Николаевич Лузин!» А потом неожиданно прибавил, заговорив о волновавшей его в юности «труднейшей математической задаче», которую он, тогда математический вундеркинд, попытался «наскоком» взять: «Будь эта книга у меня на столе примерно пятьдесят лет назад, я бы совсем по-другому взялся за ту знаменитую проблему...» К сожалению, у меня не хватило настойчивости или, точнее, храбрости сразу расспросить, что это была за задача и как бы ее следовало «после Лосева» решать (по тону рассказа Шрейдера чувствовалось, что он припоминал чем-то до сих пор задевавший и тревожащий его эпизод жизни), и мы дружно согласились вернуться к этой теме «в более спокойной обстановке». Увы, больше счастливый случай не представился – примерно через месяц после нашего разговора Ю.А. Шрейдер скоропостижно скончался. Только потом удалось узнать, что он, принятый на мехмат МГУ, в виде исключения, еще 16-летним юношей и успешно прошедший университетский курс за три года, действительно однажды принес своему научному руководителю академику И.М. Гельфанду... решение проблемы континуума (имеет ли континуум мощность $\aleph_1$?). «Гельфанд, правда, нашел ошибку, но конструкция, предложенная Шрейдером, была интересна сама по себе и стала потом основой его кандидатской диссертации» [1, с. 38]. Диссертацию Ю.А. Шрейдер защитил [10], но с тех пор потерял вкус к «чистой» математике. Чем-то эта история схожа с теми, что когда-то случались в «Лузитании»: напомним известные педагогические эксперименты Н.Н. Лузина, который «задавал задачку» студентам П.С. Александрову и Л.Г. Шнирельману, и какими драматическими последствиями сопровождалась естественная неудача в ее решении.

Список литературы

1. *Борщев Б.В.* Что помнится // Научно-техническая информация. Сер. 2. Информационные процессы и системы. – 1999. № 8. – С. 37–41.
2. *Лосев А.Ф.* Диалектические основы математики. – М.: Academia, 2013. – 800 с.
3. *Лосев А.Ф.* Диалектические основы математики / Лосев А.Ф. Хаос и структура. – М.: Мысль, 1997. – С. 5–608.
4. *Лузин Н.Н.* Лекции об аналитических множествах и их приложениях / Лузин Н.Н. Собр. соч. Т. 2. Дескриптивная теория множеств. – М.: Изд. АН СССР, 1958. – С. 9–269.
5. *Лузин Н.Н.* Современное состояние теории функций действительного переменного. – М.; Л.: Государственное технико-теоретическое издательство, 1933. – 58 с.
6. *Лузин Н.Н.* Об одном вопросе, касающемся свойства Бэра / Лузин Н.Н. Собр. соч. Т. 2. Дескриптивная теория множеств. – М.: Изд. АН СССР, 1958. – 744 с.
7. *Лузин Н.Н.* О множествах всегда первой категории / Лузин Н.Н. Собр. соч. Т. 2. Дескриптивная теория множеств. – М.: Изд. АН СССР, 1958. – 744 с.
8. Переписка Н.Н. Лузина с П.А. Флоренским // Историко-математические исследования. Вып. XXXI. 1989. – Письмо от 4 августа 1915 г.
9. Переписка Н.Н. Лузина с А.Н. Крыловым // Историко-математические исследования. Вып. XXXI. 1989. – Письмо от 7 декабря 1934 г.
10. *Шрейдер Ю.А.* Строение максимальных идеалов в кольцах мер со сверткой // Математический сборник. – 1950. Т. 27. Вып. 2. – С. 297–318.

ЗВЕЗДНАЯ СУДЬБА «ВРЕДИТЕЛЬСКОГО» УЧЕБНИКА ГРЭНВИЛЯ–ЛУЗИНА

Ю.М. Колягин

Российская академия образования, г. Москва,

О.А. Саввина

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, г. Елец

Аннотация. Учебник по математическому анализу Грэнвиля–Лузина в советское время получил большую известность. Он обладал рядом неоспоримых методических достоинств, выдержал десятки изданий и выходил многотысячными тиражами. Несмотря на это, учебник был подвержен несправедливой и резкой критике. В статье рассказывается о непростой истории этой известной книги.

Ключевые слова: история учебника по дифференциальному и интегральному исчислениям, Н.Н. Лузин, Н.Н. Маракуев.

Академик Николай Николаевич Лузин (1883–1950) был наделен разными гранями таланта, проявившимися не только в сделанных им математических открытиях, но и в преподавании своей науки. Он был поистине одаренным педагогом, воспитавшим несколько поколений математиков, прославивших впоследствии русскую науку. Оригинальностью и живостью отличались лекции Н.Н. Лузина, которые собирали огромные аудитории (подробнее см.: [9]). Большой интерес также Н.Н. Лузин проявлял и к созданию учебной литературы для высшей школы. Пожалуй, самым востребованным в 1930–1940-х гг. в советских высших технических учебных заведениях был курс дифференциального и интегрального исчисления авторов В. Грэнвиля и Н. Лузина, который стал для нескольких поколений студентов первой ступенькой в овладении математическим анализом. История создания и жизни этого учебника весьма необычна и совершенно не изучена.

А началась эта история еще задолго до Октябрьской революции 1917 г. В 1910 г. русский педагог Николай Николаевич Маракуев (1847–1911) выполнил перевод с английского языка книги «Elements of the Differential and Integral Calculus» американского математика Вильяма Грэнвиля (William Anthony Granville, 1863–1943). К сожалению, не удалось установить, был ли знаком Н.Н. Лузин с Н.Н. Маракуевым и насколько тесным могло быть это знакомство. Но труды своего тезки будущий академик знал хорошо, поэтому стоит уделить биографии Н.Н. Маракуева определенное внимание.

Н.Н. Маракуев родился в г. Ростове Великом, был пятым ребенком в многочисленном семействе, воспитывался в семье своего двоюродного дяди. По окончании московской гимназии он поступил на физико-математический факультет Московского университета. Уже в гимназические годы Н.Н. Маракуев проявил удивительные способности в освоении иностранных языков. В гимназии он основательно изучил классические древние языки (латынь и греческий), а в университете – французский, немецкий и английский [11, с.38]. Это дало ему возможность широко пользоваться мировой научной литературой при изучении математики и физики.

Университет Н.Н. Маракуев окончил в 1867 году с отличием. Среди его университетских учителей – профессора В.Я. Цингер (1836–1907), А.Ю. Давидов (1823–1885), Н.Д. Брашман (1796–1866) и Н.В. Бугаев (1837–1903) – основатели Московского математического общества и Московской философско-математической школы.

Педагогическую деятельность Н.Н. Маракуев начал в качестве преподавателя математики в Белостокском реальном училище и Ковенской гимназии. Затем работал инспектором реального училища в Пултуске.

Самым большим оригинальным трудом Н.Н. Маракуева являлся «Систематический курс элементарной алгебры», изданный впервые в 1896 г. в двух томах. Эта книга была в то время одним из лучших руко-

водств по полноте и обстоятельности изложения. Она включала не только теорию, но и большое количество разнообразных задач. Для большинства задач даны решения, иллюстрированные чертежами. Книга переиздавалась три раза.

В 1897 году Н.Н. Маракуев вышел в отставку и поселился в Одессе. Этот последний период своей жизни он занимался уже исключительно литературной работой, выполнив переводы ряда редких научных и научно-популярных трудов известных в то время европейских ученых: Г. Бонье – о растительном мире, Р. Майера – по физике, Е. Дюринга – по преподаванию математики и физики. Уместно обратить внимание на перевод книги Е. Дюринга, подвернутого острой критике в работе Ф. Энгельса «Анти-Дюринг». Работа Ф. Энгельса, в отличие от самого персонажа, указанного в заглавии, получила большую известность в советское время и изучалась в курсе философии во всех вузах СССР, но о самом Дюринге при этом умалчивалось, он воспринимался не как реальный автор, а как имя нарицательное. Н.Н. Маракуеву, вероятно, многие взгляды Е. Дюринга были близки. И благодаря переводам, выполненным Н.Н. Маракуевым еще в до-революционное время, можно сегодня познакомиться и с идеями самого Дюринга.

Последняя большая работа, выполненная Н.Н. Маракуевым до его кончины, представляла собой перевод учебника по дифференциальному и интегральному исчислениям В. Грэнвиля, вышедшему уже после смерти переводчика, в 1912 г. Тираж этого учебника, по-видимому, был небольшим. Книга была адресована инженерам, техникам и также тем, «кто желает изучить курс без помощи учителя». До революции книга не переиздавалась.

После выхода декрета 1918 г., открывшего двери высших учебных заведений для всех желающих независимо от уровня их подготовки, началась интенсивная работа по созданию доступной учебной литературы для студентов. Например, в 1923 г. вышли учебники Д.Ф. Егорова (1869–1931) по теории чисел и дифференциальной геометрии. К этой работе подключились и ученики Д.Ф. Егорова – Л.К. Лахтин (1863–1927) и Н.Н. Лузин. Последний обратил внимание на перевод Н.Н. Маракуева и подверг его существенной доработке, после чего в 1922 г. вышло 2-е издание учебника. Дополнения, внесенные Н.Н. Лузиным, оказались настолько значительными по объему, что книгу пришлось разделить на две части: «Дифференциальное исчисление» и «Интегральное исчисление».

Вскоре одно за другим стали появляться ее переиздания. В подготовке третьего издания, вышедшего в 1924 г., принял участие Николай Петрович Тарасов (1897–197?) – известный в советское время в Москве преподаватель математики.

Поиски фактов биографии Н.П. Тарасова оказались непростыми. Лишь в архиве МАТИ, в личном деле этого педагога-математика, нам уда-

лось обнаружить скудные сведения из его биографии. Родился Николай Петрович Тарасов в Москве, в семье крестьянина. В 1915 г. он окончил гимназию Н.П. Страхова и поступил на математическое отделение физико-математического факультета Императорского Московского университета. Однако из-за тяжелых материальных условий ему пришлось оставить учебу и искать заработки. Сначала подрабатывал репетиторством, а потом поступил в Издательство Лемана и Сахарова, где заведовал технической частью. После Октябрьской революции работал в литературно-издательском отделе Наркомпроса, в Госиздате. В 1920 г. он переехал в Иваново-Вознесенск, где снова повстречался с преподавателями Московского университета, среди которых был Н.Н. Лузин. Н.П.Тарасов вел практические занятия по высшей математике на рабфаке Политехнического института, и, очевидно, в это время у него созрело желание снова продолжить обучение в университете. В 1922 г. он вернулся в Москву и снова поступил в Московский университет, который успешно окончил в 1924 г. В 1920-30-х гг. Н.П. Тарасов преподавал математику в разных высших учебных заведениях Москвы: в Индустриально-педагогическом институте им. К. Либкнехта, Автомеханическом институте им. Ломоносова и др. В 1941 г. при свертывании вузов Москвы был назначен заведующим кафедрой математики Хабаровского института железнодорожного транспорта. В 1944 г. был вызван в Москву для преподавания математики в Авиационно-технологическом институте. В 1960-х гг. Н.П.Тарасов возглавлял кафедру высшей математики в Московском авиационном институте (МАТИ, ныне РГТУ им. К.Э. Циолковского). Понятно, что за эти годы Н.П. Тарасов приобрел уникальный опыт преподавания математики в технических вузах, который использовал при редактировании практической части учебника В. Грэнвиля. Как свидетельствовал сам Н.Н. Лузин, его ассистент Н.П. Тарасов проверил ответы задач «путем систематического их перерешения» [2, с.8].

Н.П. Тарасов был талантливым преподавателем, он прекрасно владел своим предметом и сам составил несколько учебников по математике. Особую известность получил его «Курс высшей математики для техникумов», выдержавший 17 изданий (его 1-е издание вышло в 1935 году, 17-е – в 1975 году). Эта книга была переведена на румынский и (несколькими изданиями) на болгарский языки. По ней учились практически во всех советских техникумах, а также знакомились с высшей математикой и многие будущие математики в бытность свою школьниками. Н.П. Тарасов активно переводил на русский язык зарубежную учебную литературу: например, известны его переводы книг по тригонометрии, аналитической геометрии, дифференциальному и интегральному исчислениям. Коллеги по кафедре свидетельствуют, что во время работы Н.П. Тарасова в МАТИ на кафедре велась активная методическая работа, разрабатывались и издавались программы курсов и методические пособия, которые и через много лет после

этого с удовольствием использовали преподаватели и студенты [14].

В 3-м издании учебника В. Грэнвиля (1924 г.) появилось предисловие, написанное Н.Н. Лузиным. Оно представляет большой интерес для современных педагогов-математиков высшей школы, поскольку в нем ученый сформулировал методические требования к курсу математического анализа для высших технических школ. Автор предисловия утверждал, что трудность составления такого курса порождена двумя проблемами:

«С одной стороны, намечаемый круг читателей обуславливает помещение в книгу лишь самых необходимых сведений из анализа, без которых не может обойтись ни один инженер.

С другой стороны, самое изложение этих сведений не может рвать с современным состоянием математических знаний, отставая от него на половину или на три четверти века.

Составление всякого курса анализа должно следовать по равнодействующей этих двух почти взаимно исключающих друг друга требований....

Во-первых, негармоничное подчинение составителя первому требованию неизбежно влечет чрезмерное упрощение текста, переходящее порою в прямое упрощение. Следуя этому пути, встречаются, прежде всего, тот класс учебников анализа, в которых говорят о непрерывных функциях таким языком, как если бы они всегда имели производную, и где обращаются с бесконечными пределами так, как если бы пределы эти были числами.

В книжках этого рода, обычно весьма тонких по объему, авторы стараются тем не менее удержать всю совокупность фактов, ценою удаления соединительной логической ткани между ними, не замечая, что именно эта операция и делает их книги непреодолимо трудными для учащихся, предоставленных своей одной лишь механической памяти, так как является удаленным именно то самое, что скрепляло эти факты и могущественно помогало памяти. Книги этого рода обычно кажутся весьма привлекательными для учащихся, еще не знакомых с той истиной, что, чем толще учебник математического анализа, тем он скорее будет прочтен и усвоен; но уже очень скоро наступает разочарование и охлаждение к книге или предмету.

Во-вторых, также негармоничное подчинение составителя второму требованию обычно приводит к тому, что написанный составителем учебник имитирует университетский курс анализа. Часто бывает, что такая книга не удовлетворяет инженеров...» [6, с. VI–VII].

Н.Н. Лузин поставил задачу преодолеть эти трудности. И, на наш взгляд, с этой задачей справился блестяще. Читатели учебника отмечали живой и доступный язык изложения, четкость формулировок. В качестве примера приведем из этой книги лишь один фрагмент, посвященный геометрическому изображению рациональных точек:

«Если представить себе рациональные точки черными и непрозрачными, а все

другие точки – прозрачными, то мы, став против света и держа нашу прямую перед глазами, увидали бы пробивающиеся всюду бесконечно тонкие лучи света, прошедшие через рациональные точки, соответствующие концам несоизмеримых с выбранной единицей измерения» [2, с.42].

О том, что книга имела успех, говорят не только положительные отзывы учившихся по ней, но и ее многочисленные переиздания и многотысячные тиражи (от 5000 до 60 000). Иногда учебник издавался несколько раз в год. Его популярность накладывала особую ответственность на авторов, поэтому Н.Н. Лузин не прекращал совершенствовать книгу и ее оформление. Наиболее существенные изменения были сделаны им в 8-м издании, вышедшем в 1930 г. Более того, в этом году книга вышла трижды: 9-м изданием, перепечатанным с 7-го без изменений, 8-м изданием, существенно переработанным Н.Н. Лузиным, и 10-м изданием, идентичным 8-му.

Какие же значительные изменения внес Н.Н. Лузин в 8-е издание? Практически он заново переписал ряд глав, расширив и усилив их новыми фактами. Например, он ввел в рассмотрение гиперболические функции, которых не было в предыдущих изданиях, объясняя это нововведение требованиями электротехники.

8-е издание книги оказалось под ударом критики. В сборнике «На борьбу за материалистическую диалектику в математике» в том же 1930-м году была опубликована рецензия М.Я. Выгодского (1898–1965). Уместно заметить, что над составлением этого сборника особо потрудились Э. Кольман и М.Я. Выгодский. Первый выступил автором 8 статей, а второй – 7 статей. Принимали участие в составлении сборника также и В.И. Хотимский, Б.С. Ястремский (1877–1962), С.А. Яновская (1896–1975) – лица, причастные к борьбе с «егоровщиной» [9, с.205–215].

Поскольку одним из первых с критикой выступил М.Я. Выгодский, то интересно обратиться к фактам его биографии. Марк Яковлевич Выгодский родился в г. Минске. Учился в гимназии в Баку. В 1923 г. окончил Московский университет и начал преподавать в Коммунистическом университете им. Я. М. Свердлова, затем – в Институте Красной профессуры.

В начале 1930-х гг. карьера М.Я. Выгодского складывалась блестяще. Не имея ученой степени, с 1933 по 1935 гг. он являлся старшим научным специалистом (по совместительству) Института истории науки и техники АН СССР в г. Ленинграде, в 1933–1941 гг. – профессором механико-математического факультета Московского государственного университета, в 1931–1932 гг. – директором НИИ математики и механики в Москве. Кроме того, М.Я. Выгодский с 1932 по 1934 гг. возглавлял Государственное технико-теоретическое издательство, в 1932 г. избирался вице-президентом Московского математического общества, в 1934 г. вошел в состав президиума Всесоюзной математической ассоциации. При этом степень доктора физико-математических наук он получил лишь в 1938 г.

В 1952 г. М.Я. Выгодский переехал в Тулу, где преподавал в пединституте до выхода на пенсию.

Рецензия М.Я. Выгодского начинается с положительной оценки книги. Более того, автор статьи пишет: «В целом книгу нужно признать одной из лучших книг в своем роде; знакомство с ней принесет большую пользу и подготовленному читателю» [1, с. 337]. Однако далее М.Я. Выгодский подвергает книгу и ее автора резкой методологической критике. В адрес Н.Н. Лузина высказывается целый поток претензий. Рецензент утверждает: «... перед нами явно выраженная идеалистическая концепция: понятие рассматривается как нечто первичное; его практическая значимость есть лишь “приложение” логического к конкретному; содержание понятия формируется не практикой, а заложено где-то в смутных глубинах сознания». И эта точка зрения, утверждает М.Я. Выгодский, чужда материализму. Обвинив автора в «априористичности», критик переходит к аргументам, «доказывающим антиисторичность» учебника и в качестве неудачного примера изложения приводит тему о «равномерной непрерывности» [1, с.339]. М.Я. Выгодский считает, что читатель в этом случае «почувствует растерянность».

У нас нет фактов, подтверждающих, что критическая рецензия М.Я. Выгодского тогда негативно отразилась на судьбе математика Н.Н. Лузина, хотя нельзя не сказать, что эта критика осталась незамеченной. Н.Н. Лузин обладал непростым характером, но при этом был очень мягким и добрым человеком. Чуткая и тонкая душа Н.Н. Лузина не могла позволить ему остаться равнодушным, он пытался реагировать на критику, прозвучавшую в адрес 8-го издания учебника. Об этом свидетельствует, например, то, что 9-е издание и 2-я часть 10-го издания были воспроизведены по 7-му, а не по 8-му, а затем Н.Н. Лузин вовсе переименовал книгу, озаглавив ее «Курс дифференциального и интегрального исчислений».

Увы, на этом критические нападки на книгу Грэнвиля-Лузина не закончились. В 1936 г. с публичной критикой учебников Н.Н. Лузина выступила профессор С.А. Яновская, которая в унисон с М.Я. Выгодским негодовала: «Возмутительное его вредительство сказалось в переработке известного учебника Гренвиля по математике: переработка свелась к тому, что текст подлинника в 450 стр. вырос до 750–800 стр. В первой части был еще сохранен до некоторой степени систематический порядок, который имелся в учебнике Гренвиля, но во второй части изложение ведется таким образом, что оно может дезориентировать читателя» [12, с.123].

Прозвучавшая критика выглядит продуманной и возможно спланированной в общей цепочке печальных событий, предшествовавших знаменательному 1936 году, когда на Н.Н. Лузина была организована настоящая травля [8]. В 1930 г. был арестован Д.Ф. Егоров – учитель Н.Н. Лузина. Не выглядят случайным совпадением и разгромные рецензии учебника геометрии Ю.О. Гурвица (1882–1953) и Р.В. Гангнуса (1883–1949), появив-

шиеся в том же 1936-м году. Обращает на себя внимание тот факт, что Ю.О. Гурвиц и Р.В. Гангнус были практически однокурсниками Н.Н. Лузина, и в критических нападках на всех этих математиков нередко принимали участие одни и те же лица.

В 1933 г. выходят 12-е (тираж 20 000) и 13-е (тираж 40 000) издания учебника под новым названием «Курс дифференциального и интегрального исчислений», и со следующего 1934-го года издания получают новую нумерацию. Одно из последних, седьмое, издание «Курса» вышло во время Великой Отечественной войны, в 1942 г. Однако и через много лет после этого автор учебника продолжал подвергаться критике. В 1980-х гг. известный советский математик В.А. Ефремович (1903–1989) свидетельствовал: «Был такой учебник Гренвиля. Он был переведен на русский язык. Гренвиль, кажется, голландец, не помню, на каком языке был оригинал. Я был знаком с этим учебником уже по русскому переводу. Не помню, чей был перевод, но под редакцией Лузина. Потом это стал Гренвиль-Лузин. А потом уже просто Лузин. Книгу он перерабатывал, так что греха особенного здесь не было. Хуже, что он испортил этот учебник. Сам по себе учебник был очень краткий. Он не вдавался ни в какие философские тонкости, и при нем был хороший сборник задач, составленный уже не самим Гренвилем, а, вероятно, переводчиком Н.П. Тарасовым. Это был учебник для технических вузов. Лузин, наоборот, ввел в него философские соображения, и когда это стал один Лузин без Гренвиля, то это была уже толстая книга, причём с довольно парадоксальными формулировками. Не то чтобы они неверные были, но в педагогическом отношении они были очень неудачны» [15].

Если оставить в стороне обсуждение вопроса о справедливости высказанных здесь утверждений советского математика и ошибочности приведенных фактов, касающихся указаний имен автора, переводчика и самих обстоятельств перевода книги (перевод был выполнен с английского, а не с голландского, переводчиком был Н.Н. Маракуев, а не Н.П. Тарасов, после серьезных дополнений и многочисленных доработок Н.Н. Лузин в течение ряда лет не указывал себя в качестве соавтора и пр.), то обращает на себя внимание неоднозначность оценки учебника. Такая же противоречивость имела место и в рецензиях красных профессоров в 1930-х гг., находивших, что учебник, с одной стороны, хороший, но Н.Н. Лузин «испортил» его своей «философией».

Несмотря на далеко не всегда справедливую критику, очевидно, что учебник Гренвиля-Лузина выполнил свою историческую миссию, сыграв большую роль в подготовке технических кадров в эпоху индустриализации страны. Не только отзывы студентов советского времени, но и десятки переизданий подтверждают то, что книга состоялась. В 1938 г. учебник был издан рекордным тиражом – 60 000. Общий тираж 11 изданий каждой части «Элементов...» составил более 125 000 экземпляров и 8 изданий «Курс-

са» – около 270 000 экземпляров. Книга Грэнвиля-Лузина в 1920-1930-х гг. была, несомненно, вне конкуренции – более популярного учебника по высшей математике тогда в нашей стране просто не было. О том, что книга получила официальное признание, говорит и тот факт, что «Курсу...» был присвоен гриф «Допущен в качестве учебника Всесоюзным комитетом по высшему техническому образованию при ЦИК СССР». Учебник по дифференциальному и интегральному исчислениям Н.Н. Лузина выходил и после Великой Отечественной войны. Причем он был снова переработан: к основному тексту добавлены главы о функциях комплексного переменного, криволинейных интегралах, рядах Фурье и, наконец, присоединен геометрический текст и векторный анализ в изложении О.Н. Цубербиллер (1885–1975). На титульных листах этих послевоенных изданий был указан один автор – Н.Н. Лузин [10]. Однако это уже другая история.

В процессе подготовки этой статьи нам довелось встретить человеческую помощь и участие со стороны разных людей. Приносим искреннюю благодарность Ольге Николаевне Виноградовой – заведующей архивом МАТИ, Константину Юрьевичу Осипенко – доктору физико-математических наук, профессору, заведующему кафедрой высшей математики МАТИ (РГТУ им. К.Э.Циолковского) и Михаилу Васильевичу Леонову – ведущему научному сотруднику факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова.

Список литературы

1. *Выгодский М. В.* Грэнвиль и Н. Лузин. Элементы дифференциального и интегрального исчисления. Ч.1. 8-е переработанное издание // На борьбу за материалистическую диалектику в математике: сб. статей по методологии, истории и методике математических наук. – М.: Госнаучтехиздат, 1931. – С.336–342.
2. *Грэнвиль В., Лузин Н.* Курс дифференциального и интегрального исчислений. Ч.1. Дифференциальное исчисление. Изд.13. М.-Л.: Гос. техн.-теоретич. изд., 1933. – 586 с.
3. *Грэнвиль В., Лузин Н.* Курс дифференциального и интегрального исчислений. Ч.1. Дифференциальное исчисление. Изд.5. М.-Л.: ОНТИ, 1937. – 408 с.
4. *Грэнвиль В.* Элементы дифференциального и интегрального исчислений. М.: Издание В.Н. Маракуева, 1912. – 494 с.
5. *Грэнвиль В.* Элементы дифференциального и интегрального исчислений. Изд. 2. М.: Гос. изд-во, 1922. – Вып.1. [4], 288 с.
6. *Грэнвиль В.* Элементы дифференциального и интегрального исчислений. Изд. 6. М.-Л.: Гос. изд-во, 1928. – Ч.1.VIII, 288 с.
7. *Грэнвиль В., Лузин Н.* Элементы дифференциального и интегрального исчислений. Изд.8. – 1930. – Ч.1.– 706 с.

8. Дело академика Николая Николаевича Лузина / Ин-т истории естествознания и техники им. С. И. Вавилова РАН, Арх. Рос. акад. наук; Отв. ред. С. С. Демидов, Б. В. Левшин. – СПб.: РХГИ, 1999. – 312 с.

9. Колягин Ю.М., Саввина О.А. Дмитрий Федорович Егоров: Путь ученого и христианина. – М.: Изд-во ПСТГУ, 2010. – 302 с.

10. Лузин Н.Н. Дифференциальное исчисление. Изд.7. М.: Высшая школа, 1961. – 477 с.

11. Попко А.Е. Николай Николаевич Маракуев // Математика в школе. 1949. – № 3. – С. 37–38 [к 100-летию].

12. Против Лузина и Лузинщины (Собрание математиков МГУ) // Фронт науки и техники. – 1936. – №7. – С.123–125.

13. Тарасов Н.П. Курс высшей математики для техникумов. – М.–Л.: ОНТИ. Глав. ред. общехн. лит-ры и номографии, 1936. – 202 с.

14. Сайт кафедры «Высшая математика» МАТИ, РГТУ им. Циолковского [электронный ресурс] <http://www.rstu.ru/index.php>

15. Беседы с одним московским математиком (воспоминания Вадима Арсеньевича Ефремовича) [электронный ресурс] // <http://old.uniyar.ac.ru/index.php/> Беседы с одним московским математиком.

16. Архив МАТИ – Российского государственного технологического университета им. К.Э. Циолковского. Оп.3-64. Св.3. Д.85. Личное дело Тарасова Николая Петровича

ПЕРВЫЙ ЧУВАШСКИЙ МАТЕМАТИК – УЧЕНИК Н.Н. ЛУЗИНА

Н.И. Мерлина

*Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова,
г. Чебоксары*

Аннотация. Приведена биография ученика Н.Н. Лузина, первого профессионального математика из чувашей И.М. Максимова (1889-1976).

Ключевые слова: И.М. Максимов, математик-самоучка, первый профессиональный математик из чувашей.



Исайя Максимович Максимов родился 7 мая 1889 г. в крестьянской семье в чувашском селе Александровское (ныне Моргаушский район Чувашской республики). Окончив с похвальным листом начальную школу, он поступил в Тиушскую двухклассную школу, а через год продолжил обучение в Большечурашевской второклассной школе, готовившей учителей начальных классов. Затем И.М. Максимов на конкурсной основе поступил учиться на казённый счет в Казанскую духовную семинарию

и стал её лучшим выпускником. Программа семинарии не могла творить любознательного юношу, он самостоятельно начал заниматься высшей математикой. «Ещё будучи в семинарии, я начал изучать высшую математику. Закупил университетские учебники по разным дисциплинам и в течение 6 лет, с 1913 по 1919 годы, систематически занимался изучением высшей математики. Одновременно изучал по самоучителям сначала немецкий язык, потом французский и, наконец, английский. Результаты моих научных занятий не замедлились сказаться», – писал он позднее.

В течение нескольких лет И.М. Максимов работал священником села Александровское, учителем Алманчинского начального училища Ядринского уезда Казанской губернии, преподавателем математики на педагогических курсах, затем в Большечурашевской учительской семинарии.

В 1914 г. И.М. Максимов на собственные средства опубликовал свою первую работу «Аналитическое решение некоторых вопросов теории чисел» и был принят в члены физико-математического общества при Казанском университете.

Профессор Н.Н. Парфентьев⁹ о другой работе И.М. Максимова выразился так:

«Достоинством работы И. Максимова является стремление получить решение сравнения... в виде одной общей формулы, из коей сразу можно получить все корни сравнения... Прием о. Исая отличается непосредственностью и крайней элементарностью. Другой характерный признак работы заключается во введении им особого понятия «первообразный корень первоначального числа...» Ввиду этих достоинств предлагаю напечатать её. Я ходатайствую об этом с удовольствием уже по одному тому, что Исая Максимов – самоук, и наше общество должно поддержать его в исследованиях» [1].

В дальнейшем Н.Н. Парфентьев не упускал И.М. Максимова из виду, дал ему блестящую характеристику, и в 1926 г. Максимов был рекомендован в Казанский университет для совершенствования знаний в физико-математических науках. Здесь он изучал отечественную и зарубежную математическую литературу, сдал экстерном экзамены за полный курс математического отделения, всего 18 экзаменов в период с 15 мая 1926 г. по 11 апреля 1927 г. Сохранилась заверенная гербовой печатью и подписью профессора А.В. Васильева¹⁰ справка от 8 июля 1927 г., в которой перечис-

⁹ Н.Н. Парфентьев (1877–1943) оказал громадное влияние на развитие Казанской научной школы математики и механики. Он окончил физико-математический факультет и аспирантуру в Казанском университете (КГУ) и с 1904 года в качестве приват-доцента начал преподавание и общественную деятельность в университете. По инициативе Н.Н. Парфентьева и других ученых при КГУ был открыт НИИ математики и механики, получивший впоследствии имя своего первого директора Н.Г. Чеботарёва. Многие годы Н.Н. Парфентьев интенсивно работал в Казанском физико-математическом обществе (КФМО), председателем которого он был с 1930 г.

¹⁰ А.В. Васильев (1853 – 1929) более 20 лет (1885 – 1906) возглавлял КФМО. Трудно переоценить заслуги А.В. Васильева в увековечении памяти Н.И. Лобачевского: организация празднования в Казани 100-летия со дня его рождения, установка в Казани памятника Лобачевскому, составление первой научной биографии Лобачевского и многое другое. Ученики Васильева (А.П. Котельников, Д.М. Синцов, Н.Н. Парфентьев, Е.И. Григорьев и др.) и ученики его учеников составили основную часть математиков Казанского университета в последующие годы.

лены эти экзамены: французский язык, теория чисел, высшая алгебра, дифференциальное исчисление, интегральное исчисление, теория функций комплексного переменного, теория эллиптических функций, исчисление конечных разностей, интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, дифференциальная геометрия, интегральная геометрия, теория вероятностей, термодинамика, неорганическая химия, биология, вариационное исчисление, теория интегральных уравнений.

В 1927 г. И.М. Максимов был зачислен штатным аспирантом Казанского университета, а в 1928 г. по личной просьбе был переведен аспирантом в институт математики при 1-м Московском государственном университете. В МГУ И. М. Максимов работал под непосредственным руководством академика Н.Н. Лузина – выдающегося математика, основателя Московской математической школы – и в течение всей своей последующей жизни считал себя учеником Лузина. По свидетельствам современников, Лузин высоко ценил Максимова, предлагал ему остаться после окончания аспирантуры в МГУ, но Исая Максимович счел себя обязанным вернуться на родину в Чебоксары, поскольку в Казани получал стипендию от Чувашской республики.

С 1930 г. он занимал должность доцента математики в Чувашском и Казанском педагогических институтах, Чувашском сельскохозяйственном институте. Работая в Чувашском педагогическом институте, он читал лекции и вел практические занятия по аналитической геометрии, основаниям геометрии, дифференциальной геометрии. Его очень уважали студенты.

В 1947 г. И.М. Максимов успешно защищает в Казанском университете кандидатскую диссертацию «О непрерывных преобразованиях функций». Она не повторяет его довоенных исследований. По результатам своих научных трудов Максимов, безусловно, мог бы ещё раньше защитить докторскую диссертацию. На этом настаивал в свое время и Н.Н. Лузин. Сдерживала Максимова высокая требовательность к своим работам, научная изоляция и исключительная скромность.

После защиты кандидатской диссертации И.М. Максимов успешно занимается вопросами трансфинитного анализа. Как отмечает в своем архиве В.П. Захаров¹¹, И.М. Максимовым введено в науку понятие трансфинитного пространства. В 1930-50 гг. его научные работы публикуются в центральных математических журналах СССР, США, Германии (в довоенный период), Франции и Польши. Он вел активную переписку с крупными отечественными и зарубежными математиками.

¹¹ В.П. Захаров (1930 – 2004) – кандидат физико-математических наук, доцент, зав. кафедрой математического анализа Чувашского государственного педагогического института (ЧГПИ), специалист по дифференциальным уравнениям. Окончил физико-математический факультет ЧГПИ (1953), с 1953 по 1956 гг. аспирант Казанского педагогического института, с 1956 г. начал работать в ЧГПИ преподавателем. Опубликовал более 60 работ.

Как известно, репрессии тридцатых годов в СССР сильно задели Н.Н. Лузина¹² – обвиненный в «космополитизме» и «низкопоклонстве перед Западом», он был вынужден покинуть Московский университет и отправиться в «ссылку» в Ташкент. Это отразилось и на положении И.М. Максимова – он вынужден был прекратить переписку с зарубежными математиками, а письма уничтожить.

Ниже с небольшими сокращениями приводятся воспоминания И. М. Максимова, приложенные к заявлению на имя Председателя Президиума Верховного Совета Чувашской АССР от 24 марта 1967 года. Это заявление написано И.М. Максимовым с целью получения поддержки правительством публикации в России его неизданных математических рукописей.

«Я родился 20 мая 1889 г. (по старому стилю) в селе Александровское Моргаушского района Чувашской республики. Мои родители Максим Павлович и Вера Павловна, по национальности чуваша, были бедными крестьянами. Мое появление действительно заставило членов семьи забыть свои радости и обратить все свое внимание на жалкое человеческое существо, лежавшее в шапке дедушки на самом теплом месте – на печке. Я теперь знаю, что точно так же начал свою жизнь Исаак Ньютон, прославивший английский народ своими научными открытиями.

Моя мать рассказывала мне, что она брезгала (так в оригинале – *Н.М.*) брать меня на руки, ибо был безобразен, но бабушка Пелагея, будучи сама бездетной (отец мой был приёмным сыном), была без ума от своего внука и ухаживала за мной любовно и самоотверженно. Я обязан своею жизнью её самоотверженному уходу за мной. Я вырос, стал похожим на обыкновенного ребёнка. Рос я очень тихим, задумчивым ребёнком. В 9 лет пошел в сельскую школу, которую окончил с похвальным листом. По окончании школы я решил учиться еще дальше на учителя. С малых лет я обнаружил самостоятельность и твердый характер. Я учился сперва в Тиушской двухклассной школе, а потом в Большечурашевской второклассной учительской школе, где и обнаружили дремавшие раньше мои математические способности. Над развитием моих математических способностей много поработал Василий Павлович Чебоксаров, один из самых лучших педагогов этой школы. Я ещё очень увлекался литературой и физикой, которые преподавал талантливый учитель Павел Александрович Ломоносов. Он привил мне любовь к чтению. Окончил школу отличником, но не пошел в учителя, решил учиться дальше. Благодаря заботам моих учителей, любивших меня за отличные успехи в учебе и тихое поведение, я поступил в Казанскую духовную семинарию. По окончании семинарии работал учителем в селе Алманчино Чувашской республики. Здесь я начал самостоятельно заниматься высшей математикой и написал первую научную работу, в которой решил некоторые проблемы теории чисел. Эта работа была напечатана на мои денежные средства в 1914 году в Казанской типографии.

В 1919 году я был назначен преподавателем математики в Большечурашевскую учительскую семинарию. Занятия мои в области высшей математики стали ещё более серьезными и систематичными. Познакомился с профессором Казанского университета Н.Н. Парфентьевым. Под его руководством написал вторую научную работу – «Двухчленные уравнения». По его рекомендации она была напечатана в журнале «Известия Казанского физико-математического общества» при Казанском университете. Позже я был командирован в Казанский университет для усовершенствования в физико-

¹² См. например, книгу [2].

математических науках. Сдавал экзамены экстерном по программе математического отделения. По окончании экзаменов был принят аспирантом, потом по личной просьбе перешёл в Москву в Научно-исследовательский институт математики при Московском университете. Здесь занимался математикой под руководством профессоров Лузина и Миньшова. По окончании аспирантуры был приглашен на работу во вновь открытый Чувашский педагогический институт на должность доцента.

Тогда я был молод, энергичен, работал хорошо, а наукой занимался ещё лучше. Защитил в 1947 г. кандидатскую диссертацию в Казанском университете на степень кандидата физико-математических наук, а на год раньше получил звание доцента по кафедре математики...

Мой учитель академик Н.Н. Лузин не раз говорил мне, что у меня недюжинные духовные силы, но я принимал это за лесть... Кроме тех 30 печатных работ, которые написаны мною в молодом возрасте, у меня имеются ещё четыре больших рукописных работы, которые написаны в последнее десятилетие. Я надеюсь прославить чувашский народ именно этими четырьмя работами. Что нужно для этого?

Во-первых, нужно проверять, исправлять и улучшать их. Это зависит главным образом от меня самого. Во-вторых, нужно сделать эти работы достоянием чувашского народа, для чего достаточно напечатать их.

Я не писал бы этого заявления, если бы был молод и здоров. Но мне 77 лет, кроме того, болен. Имея такой возраст, невольно приходится думать о том, что нужно готовиться к смерти. Я всю жизнь работал над подготовкой педагогических кадров по математике. Но мне нужно подготовить еще смену себе по линии научно-исследовательской работы, чтобы в случае моей смерти чувашские математики продолжали мои работы, а для этого им нужно иметь экземпляры моих трудов.

Я пока рассматриваю принципиальную сторону вопроса. Практическая сторона дела настолько сложна, что она пугает даже меня своей трудностью и вселяет в настроение неуверенность и апатию. *Январь 1966 года*» [3].

Последние три года своей трудовой деятельности Максимов преподавал в Казанском педагогическом и Чувашском сельскохозяйственном институтах. Но и выйдя на пенсию, он не оставил занятия наукой. В 1953 году появилась его статья в Докладах Академии наук СССР, в 1960 – публикация в Учёных записках пединститута, в 1963 году – в математическом журнале Румынской академии наук. Высокую работоспособность он сохранил до конца своей жизни.

Скончался И.М. Максимов на восемьдесят седьмом году жизни 23 февраля 1976 г. Он похоронен в Чебоксарах на первом Карачуринском кладбище.

Неполные списки его научных работ имеются в [4–8] и в некоторых других изданиях.

Отметим один очень интересный факт. На Международном конгрессе математиков 1966 г. американскому математику Полю Коэну была присуждена Филдсовская премия за решение континуум-проблемы. Известно, что задолго до этого И.М. Максимов в беседах с некоторыми своими коллегами давал чёткий и ясный ответ на эту проблему. Интересно было бы выяснить, нет ли у И.М. Максимова более ранних публикаций, содержащих этот ответ? Вопрос этот не является простым, ответ могут дать лишь специалисты в данной области и историки математики после тщательного

изучения трудов. Сейчас начаты исследования его трудов. Очень жаль, что это не было сделано раньше.

Представляет интерес и переписка И.М. Максимова с крупнейшими отечественными и зарубежными математиками. К сожалению, как уже отмечалось выше, переписка с зарубежными математиками была уничтожена самим И.М. Максимовым, о чем он впоследствии глубоко сожалел. Не исключено, что часть этой переписки случайно могла сохраниться в других городах (в том числе и за рубежом).

В мае 2009 г. в библиотеке Чувашского государственного университета имени И.Н. Ульянова была открыта выставка «Талантливый самородок-математик Максимов И.М. (1889 – 1976)». Преподаватели физико-математического факультета разыскали могилу И.М. Максимова и возложили цветы, опубликованы статьи в газетах «Ульяновец», «Чебоксарские новости» и др.

Во время подготовки этой статьи выяснилось, что ещё за два года до 100-летия со дня рождения И.М. Максимова В.П. Захаров и Д.Д. Ивлёв опубликовали статью [9] с целью обратить внимание общественности и руководства вуза, города и республики на необходимость увековечивания памяти И.М. Максимова. К 100-летию со дня рождения И.М. Максимова была публикация [10] тех же авторов, в которой предлагалось назвать его именем улицу, повесить мемориальную доску на здании педагогического института, назвать его именем школу, где он работал... но, к сожалению, всё это осталось на бумаге.

Ниже мы помещаем воспоминания тех людей, кто лично знал И.М. Максимова – к сожалению, их осталось очень мало.

Академик РАО Г.Н. Волков¹³, заведующий лабораторией этнопедагогики при Чувашском государственном педагогическом университете им. И.Я. Яковлева (из беседы с Г.Н. Волковым 16 сентября 2009 г. по телефону):

«И.М. Максимова считаю своим учителем. При поступлении на физико-математический факультет в ЧГПИ вступительный экзамен по математике сдавал И.М. Максиму. Еле-еле сдал на тройку, но потом учился отлично. Слушал его лекции. Читал он их почти под диктовку. Всегда был написан материал. Загадочный был человек. Часто задумывался, стоит и молчит. Был очень немногословен, почти не улыбался. Но студенты к нему относились очень хорошо, а он к студентам. В 1948 г. на заседании партбюро при обсуждении “дела” И.М. Максимова выступил в его защиту и попал под внимание НКВД. И.М. Максимова уволили из ЧГПИ. Он долгое время там не работал. Уехал в Казанский педагогический институт, где был хорошо принят. Бывал у него дома. Детей у них с женой не было. И ещё, когда работал проректором ЧГПИ (это 60-е годы), встречались на работе. Иногда он приходил и долго сидел, слушал, как я душев-

¹³ Г.Н. Волков (р. 31.10.1927) – доктор педагогических наук, профессор (1968), член СП СССР, академик Академии педагогических наук СССР (ныне РАО) (1990), академик НАНИ Чувашской Республики (1994), почетный доктор Эрфуртского ун-та (Германия) (1998). Основатель нового направления в педагогической науке – этнопедагогики.

но беседую с людьми, очень удивлялся и говорил: “Нужно беречь свою энергию, нельзя так много тратить душевных сил, иначе не хватит на науку”».

А.С. Марков, профессор кафедры теоретической физики Чувашского госуниверситета им. И.Н. Ульянова, ректор ЧГПИ в 1963 – 1983 гг. (из книги [11]):

«Несколько слов хотелось бы сказать о выдающемся математике Максимове Исaе Максимовиче, известном не только в нашей стране, который читал высшую математику.

Он имел ряд работ по теории чисел, опубликованных за границей (во Франции, Германии, США, Польше и др.) и имел много учеников. Однако после выхода постановления ЦК ВКП (б) о борьбе с космополитизмом И.М. Максимова за публикации своих работ за границей освободили от должности доцента, и долгое время он не имел работы. Только в шестидесятых годах, будучи ректором института, я пригласил его на должность доцента кафедры математики. Однако его здоровье, особенно зрение, было подорвано. Они с женой жили в своем деревянном доме, удобств не было. По возможности мы помогали ему. Обеспечивали дровами, углём, транспортом. К сожалению, через несколько лет (в 1976 году) он скончался, и мы с почестями проводили его в последний путь».

Профессор В.А. Иванов, доктор педагогических наук, зав. кафедрой углубленного изучения иностранных языков Чувашского госуниверситета им. И.Н. Ульянова.

«Тихое поведение и громкие успехи». Этими словами охарактеризовал своего учителя и коллегу доцента математики Максимова И.М. академик Волков Г.Н., посоветовавший мне побеседовать на немецком и английском с самоучкой иностранных языков, проживавшем в те годы в своем домике в глубоком овраге за главным корпусом современной Чувашской государственной сельскохозяйственной академии. Это было в далеком и близком к сердцу 1973 году 24 мая, когда Геннадий Никандрович как патриот своего народа дал направление к феноменальному врождённому высшему математику, самостоятельно овладевшему западноевропейскими языками по своей и божьей воле с целью углублённого изучения своего предмета. В составе великолепного квартета самоучеников рядом с И.М. Максимовым выступали его соотечественники В.Г. Егоров¹⁴, автор «Этимологического словаря чувашского языка»; Н.А. Урхи¹⁵, издавший трагедию «Фауст» в переводе на чувашский язык; Г.И. Ильин¹⁶, учитель всех предметов, проработавший в одной школе 60 лет. Если Исaя Максимович поражал современников дальновидящим математическим складом ума, то Василий Георгиевич удивлял лингвистов знанием древнейшей истории чувашского языка, а Наум Андреевич стал

¹⁴ В.Г. Егоров (1880 – 1974) – доктор филологических наук, окончил Симбирскую чувашскую учительскую школу (1899), Казанскую духовную академию (1908), руководил русско-арабскими школами в Сирии, окончил историко-филологический факультет Санкт-Петербургского университета и Археологический институт, работал в Восточном пединституте в Казани и в Чувашском пединституте.

¹⁵ Урхи (псевдоним) – Н.А. Андреев (1891 – 1984) – филолог, переводчик, фольклорист. Экстерном сдал экзамены на звание учителя в Симбирской мужской гимназии (1913), окончил Чувашский госуниверситет (1968). Работал в редакциях чувашских газет и журналов (1920 – 1940), сотрудником Президиума Верховного Совета Чувашской Республики (1940 – 1943), научным сотрудником Чувашского научно-исследовательского института.

¹⁶ Г.И. Ильин (ровесник Урхи, точные даты жизни неизвестны) жил и работал в селе Штанаш Краснотайского района Чувашской Республики. По образованию учитель математики, преподавал в Штанашской школе также немецкий язык, естествознание, музыку, рисование. Организовал школьное лесничество и переписывался с лесоводами разных стран. Занимался переводами на немецкий, французский, латинский языки.

вундеркиндом-студентом в возрасте 75 лет и, возможно, единственным в мире, который сдавал в вузе зачёты и экзамены по учебникам, написанным им самим. Что касается Георгия Ильича, то он является феноменом хотя бы потому, что волею судьбы оставшись с тремя пальцами на правой руке, великолепно играл на баяне, руководил хором Штанашской школы, был победителем конкурса по вышиванию в Красночетайском районе. Жажда к знаниям одарённой природой талантом четвёрки была обусловлена социальным заказом периода на рубеже двух веков на образованных личностей, которые в целом формировались через духовные семинарии и академии, Симбирскую чувашскую школу. Для меня как преподавателя иностранных языков они служат примером для доказательства решающего значения самостоятельной ежедневной работы в процессе овладения письменной и устной речью. Их принцип *Amat victoria curam* (Победа любит старание) имеет пансофический характер.

Беседуя с Максимовым о самообразовании по иностранным языкам и обобщая их опыт, мы пришли к заключению: как первобытный homo добывал себе средства существования луком и удочкой, так и самоученик ловил знания через учебники по самообразованию в условиях отсутствия доступа к иностранным языкам через учебные заведения. По признанию Максимова, изучать иностранные языки его заставило стремление глубже познать функции математики, т.е. целью самоученика была «добыча» информации по специальности из иноязычных источников, обогащение ума знанием богатств, выработанных человечеством. Методы усвоения знаний были подсказаны мотивацией учения, восприятием и осознанием материала, поиском свежей информации в иноязычных источниках, осмыслением и критическим анализом полученных данных, формированием и письменным изложением собственных взглядов и убеждений. Исая Максимович был уверен, что главное – работа, она и подскажет путь познания. Обобщенно их можно называть индуктивно-дедуктивными, исследовательскими, эвристическими, компаративными методами, вариантов было немало, а для самоученика важно было научиться читать с пониманием и уметь писать статьи для научных журналов. Он не мечтал о поликультурной коммуникации и речевой практике в стране изучаемого языка, а в своей повседневной работе над языками основное внимание уделял «орфографии», которая включала отбор часто встречающихся фраз из текста, устойчивых выражений, стандартных словосочетаний и шаблонов, характерных для научного стиля и необходимых для аннотирования, реферирования и резюмирования. Им был составлен специальный словарь «ворованных фраз», как чистосердечно признавался математик, которые впоследствии интенсивно эксплуатировались при написании научных статей. На иностранных языках он опубликовал более 30 работ, в том числе и *On Approximately Continuous Functions*. – USA, 1939. Многие из них автор мне показывал, в те годы они были раритетом, достойным для подражания.

В «Краткой чувашской энциклопедии» (Чебоксары, 2001, с. 258) об И.М. Максимове сказано, что «в годы борьбы с космополитизмом он подвергался гонениям», возможным поводом для этого могли послужить его связи с зарубежной наукой и служба священником в молодые годы, что не могло не сказаться на его поведении. В нашей памяти он сохранился как немногословная застенчивая вдумчивая личность, грустный сверхскромный неконтактный человек, неохотно говорящий информатор, особенно о личной жизни. Разница в возрасте, вероятно, также мало способствовала нашему диалогу – мне не было даже 36, а ему было уже 84. Сегодняшний жизненный опыт позволяет мне судить о доценте И.М. Максимове как о видном педагоге-полиглоте с типичными чертами математического харак-

тера, знающем цену знаниям иностранных языков, умениям и навыкам писать и говорить так, чтобы словам было тесно, а мыслям просторно».

Профессор Н.Г. Краснов¹⁷, директор НИИ И.Н. Ульянова и И.Я. Яковлева при Чувашском госуниверситете им. И.Н. Ульянова, рассказал, что он встречался с И.М. Максимовым в 1966 г. и имел с ним беседы. В книге «Сорокалетие Симбирской чувашской учительской школы (1868-1908) // Циркуляр по Казанскому учебному округу. Приложения за 1908 г., Т.1, с. 432-464» имеется поздравительное письмо, написанное в 1908 г. И.М. Максимовым И.Я. Яковлеву¹⁸ (жена И.М. Максимова была выпускницей Симбирской чувашской учительской школы). Будучи священником в Карамышевской церкви, И.М. Максимов организовал математический кружок для детей. По словам Н.Г. Краснова, в архиве И.Я. Яковлева есть письма Н.Н. Лузина к Ивану Яковлевичу, связанные с И.М. Максимовым, с вопросом «Стоит ли ему заниматься И.М.?»

И.М. Максимов принадлежит к числу талантливых самородков, чьи успехами могут гордиться российская наука и Чувашия. Научное наследие его нуждается в глубоком и тщательном изучении, мы надеемся заинтересовать этим ученых Москвы, Казани, Нижнего Новгорода и других городов.

Автор благодарит вдову В.П. Захарова Валентину Ананьевну за предоставленные материалы архива, собранного ее мужем.

Ниже приводится неполный список работ И.М. Максимова (по сведениям из архива В.П. Захарова):

1914

1. Максимов И. М. Аналитическое решение некоторых вопросов теории чисел, связанных с употреблением полуаналитической функции вида $E[\frac{x}{p}]$. Казань: Типография Императорского университета, 1914. – 16 с.

1915

2. Максимов И. М. Теория двучленных сравнений с простым модулем и первообразных корней. Казань: Типолитография Императорского университета, 1915. – 28 с.

3. Максимов И. М. О применении детерминантов при решении системы уравнений // Протоколы заседаний физико-матем. общества при Казанском университете, 1916.

1935

4. Maximoff I. Sur les fonctions ayant la propriété de Darboux. Prace Matematyczno-Fizyczne. T. XLIII. – Warszawa, 1935. – P. 241 – 265.

1937

5. Maximoff I. Sur une fonction continue et essentiellement croissante // Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 1937. – Т. 205, № 22.

¹⁷ Н.Г. Краснов (р.25.05.1932) – доктор педагогических наук, инициатор и научный консультант создания музея И.Я. Яковлева в ЧГПУ им. И.Я. Яковлева и Симбирской чувашской школы в г. Ульяновске. Научный руководитель музея И.Н. Ульянова и И.Я. Яковлева при Чувашском государственном университете.

¹⁸ И.Я. Яковлев (1848 – 1930) – выдающийся деятель культуры и просвещения чувашского народа, педагог, писатель, переводчик, создатель двуязычной начальной школы в России.

1938

6. *Максимов И. М.* Алгебра знакопостоянных чисел // Известия физико-математического общества и научно-исследовательского института математики и механики при Казанском университете им. В. И. Ульянова-Ленина. Казань, 1938. — Т. X. Сер. 3. — С. 81 – 92.
7. *Максимов И. М.* О трансфинитных пространствах // Матем. сборник, 1938. — Т. 3. (45):3. — С. 553 – 448.
8. *Maximoff I.* Sur les ensembles mesurables B dans l'espace // Compositio Mathematica, 1939. — Vol. 7. Fasciculus 2. In Aedibus P. Noorbhoff-Groningen. — P. 201 – 213. Amsterdam (Niederlande).
9. *Maximoff I.* On approximately continuous functions // Bulletin of the American Mathematical Society, April, 1939. — P. 264 – 268.

1940

10. *Максимов И. М.* О функциях класса 1, обладающих свойством Дарбу // Известия физико-математического общества и Научно-исследовательского института математики и механики при Казанском университете им. В.И. Ульянова-Ленина, 1940. — Т. XII. Сер. 3. — С. 43 – 55.
11. *Максимов И. М.* О преобразовании некоторых функций в асимптотически непрерывные // Известия физико-математического общества и Научно-исследовательского института математики и механики при Казанском университете им. В. И. Ульянова-Ленина, 1940. — Т. XII. Сер. 3. — С. 9 – 41.
12. *Maximoff I.* Sur le systeme de Souslin d'ensembles dans l'espace transfini // Bulletin of the American Mathematical Society, 1940. — Vol. 46, №. 6. — P. 543 – 550.
13. *Maximoff I.* Sur les fonctions derivees // Bulletin des Sciences Mathematiques, 1940. — Ser. 2, T. 64.
14. *Maximoff J.* Sur la separabilite d'ensembles. // Acad. Roum. Bulletin de la sect. Sci., 1940. — T. 22.
15. *Maximoff I.* On the continuous transformation of some functions into an ordinary derivatives. // Annali della R. Scuola Normale Superiore di Pisa, 1940.
16. *Максимов И. М.* О преобразовании некоторых функций в точные производные // Известия физико-математического общества при Казанском университете, 1940. — Том. XII. Сер. 3.
17. *Maximoff I.* On a continuum of the power $2^{\aleph_1}$ // Annals of Mathematics, 1940. — Vol. 41, №. 2. — P. 321 – 327.

1942

18. *Максимов И. М.* О смежных корнях // ДАН СССР, 1942. — Т. XXXVII, № 3. — С. 104 – 106.

1943

19. *Maximoff I.* On the continuum hypothesis // Annals of Mathematics, 1943. — Vol: 44, № 1. — P. 90 – 92.
20. *Maximoff J.* On functions of class J having the property of Darboux // American Journal of Mathematics, 1943. — P. 161 – 170.

1944

21. *Максимов И.М.* О трансфинитных пространствах E и о континуум-гипотезе // ДАН СССР, 1944. — Т. 43. — С. 243 – 246.

1953

22. *Максимов И.М.* О суммовом уравнении // ДАН СССР, 1953. – Т.89, №3. – С.401 – 403.

1959

23. *Максимов И. М.* О некоторых теоремах, относящихся к четвертой проблеме Н. Н. Лузина // Ученые записки Чувашского педагогического института им. И.Я. Яковлева, 1959. – Вып. 7. С.143 – 155.

1960

24. *Максимов И. М.* О некоторых проблемах теории множеств // Ученые записки Чувашского пединститута им. И.Я. Яковлева. – 1960. – Вып. 11. С.1 – 28.

1963

25. *Максимов И. М.* О трансфинитном пространстве T // Revue de mathematiques pures et appliquees. Academie de la Republique Populaire Roumaine, 1963. – Т. VIII. № 3. – Р. 391 – 395.

26. *Максимов И. М.* О непрерывных преобразованиях функций // Ученые записки Чувашского педагогического института им. И. Я. Яковлева, 1963. – Вып. 15. – С. 3 – 32.

27. *Максимов И. М.* О мощности множества (N) всех бесконечных частей натурального ряда // Ученые записки Чувашского педагогического института им. И. Я. Яковлева, 1963. – Вып. 15. – С. 33 – 45.

Список литературы

1. *Захаров В.П., Ивлев Д.Д.* Замечательный математик // Вестник Чувашской национальной академии. 1993. – № 1. – С. 113–118.

2. Дело академика Н. Н. Лузина / Под ред. С.С. Демидова, Б.В. Левшина. СПб. – 1999.

3. *Васильев В.П.* Страницы истории. И.М. Максимов // Народная школа, 2000. – №4.

4. *Ожигова Е.П.* Развитие теории чисел в России. – Л.: Наука, 1972.

5. Математика в СССР за 30 лет. 1917–1947. Москва–Ленинград: ГИТТЛ, 1948. – 1044 с.

6. Математика в СССР за 40 лет (1917-1957). – М.: ГИФМЛ, 1959. Т.2.– 819 с.

7. Математика в СССР 1958-1967. Том 2. М.: Наука, 1970. – 762 с.

8. История отечественной математики (в 4-х томах). – Киев: Наукова Думка, 1968–1970.

9. *Захаров В.П., Ивлев Д.Д.* Талантливый самородок-математик // Советская Чувашия, 20 февраля 1987 г.

10. *Захаров В.П., Ивлев Д.Д.* Халахрӑн тухӑӑ талант // Коммунизм ялавӑ, 7 мая 1989 г. (газета «Знамя коммунизма» на чувашском языке).

11. *Марков А.С.* Полвека служения высшей школе. Воспоминания. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2005. – 232 с.

УЧЕБНИКИ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ» И «ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ» НИКОЛАЯ НИКОЛАЕВИЧА ЛУЗИНА

О.В. Тарасова
Орловский государственный университет,
г. Орел

Аннотация. В статье идёт речь о двух знаменитых учебниках Николая Николаевича Лузина по дифференциальному и интегральному исчислениям, истории их создания.

Ключевые слова: Н.Н. Лузин, учебники для вузов, дифференциальное исчисление, интегральное исчисление, отечественное математическое образование.

Знакомство с именем выдающегося отечественного математика Николая Николаевича Лузина произошло для меня благодаря его учебникам по дифференциальному и интегральному исчислениям на первом курсе физико-математического факультета. Эти книги 1958 года достались мне в наследство от отца – Манина Виктора Кузьмича, который учился по ним в Магнитогорском горно-металлургическом институте. Конечно, я тогда и не обратила внимания на фамилию автора учебника, мне было важно только то, что я могла самостоятельно разобраться в трудных вопросах курса «Математический анализ». Я постоянно обращалась к этим книгам, которые мне позволили ответить на многие и многие возникающие в процессе учебы вопросы. Определения понятий лаконичны, просты для восприятия. Доказательство теорем осуществлялось пошагово, без пропуска фрагментов доказательства. Слова «очевидно» применялись только тогда, когда это было именно так. Что особенно ценно было тогда для меня – это подробно разобранные примеры. Разобравшись с ними, можно было выполнять домашние задания. В учебниках до сих пор сохранилось множество закладок.

Учебник «Дифференциальное исчисление» представлен 17-ю главами.

Глава I. Число.

Глава II. Величина.

Глава III. Функция.

Глава IV. Предел.

Глава V. Непрерывность.

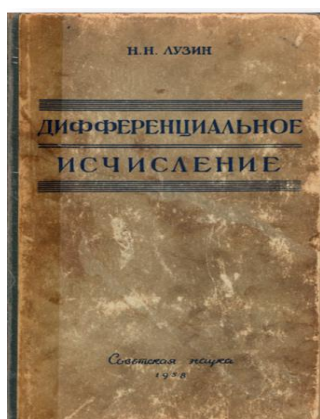
Глава VI. Дифференцирование.

Глава VII. Правила для дифференцирования алгебраических выражений.

Глава VIII. Различные приложения производной.

Глава IX. Последовательное дифференцирование и его приложения.

Глава X. Дифференцирование трансцендентных функций.



Титульный лист учебника
Лужин Н.Н. «Дифференциальное
исчисление», 1958 г.



Титульный лист учебника
Лужин Н.Н. «Интегральное
исчисление», 1958 г.

Глава XI. Приложения к параметрическим уравнениям, полярным уравнениям и к корням.

Глава XII. Дифференциалы.

Глава XIII. Кривизна. Радиус и круг кривизны.

Глава XIV. Теорема о среднем и ее приложения.

Глава XV. Частные производные.

Глава XVI. Приложение частных производных.

Глава XVII. Основы векторного анализа и его применение в теории пространственных кривых.

Учебник «Интегральное исчисление» состоит из 12-ти глав.

Глава I. Интегрирование. Правила непосредственного интегрирования.

Глава II. Постоянная интегрирования.

Глава III. Определенный интеграл.

Глава IV. Интегрирование как процесс суммирования. Приложения интегрального исчисления.

Глава V. Формальное интегрирование различными приемами.

Глава VI. Ряды.

Глава VII. Комплексные числа, переменные, функции.

Глава VIII. Дифференциальные уравнения.

Глава IX. Кратные интегралы.

Глава X. Криволинейный интеграл.

Глава XI. Ряды Фурье.

Глава XII. Метод акад. С. А. Чаплыгина приближенного интегрирования.

Спустя годы мне стала интересна история этих учебников: когда впервые были изданы, много ли раз переиздавались, долго ли использовались в системе отечественного высшего образования.

Выяснилась следующая цепочка событий.

В Российской национальной библиотеке (г. Санкт-Петербург) хранится 2-е издание книги «Элементы дифференциального и интегрального

исчисления», автор которой Гренвиль (встречается написание – Грэнвиль, Гранвиль) Вильям (Уильям) Энтони.

Уильям Энтони Грэнвиль (William Anthony Granville) (16 декабря 1863 г. – 4 февраля 1943 г.) – американский математик, занимал пост президента Gettysburg College с 1910 до 1923 гг. Гранвиль начал свою педагогическую деятельность в колледже Бетани, где он был преподавателем математики и служил казначеем колледжа. В 1893 году ему была присуждена степень бакалавра по математике в Йельском университете. В течение пятнадцати лет, начиная с 1895 г., он был профессором математики в Йельском университете, затем доктором философии по математике в этом учреждении. В 1897 году под руководством D. Pierpont защитил диссертацию «Реферат на происхождение и развитие сложения-теоремы в эллиптических функциях». Опубликовал несколько учебников по математике, которые широко использовались на всей территории Соединенных Штатов. В 1910 году был избран президентом колледжа. За время своей работы колледж стал аккредитованным учебным заведением. Будучи студентом училища, он занимал пост президента Американской федерации лютеранского братства. Грэнвиль умер в своем доме в результате сердечного приступа. Учёный был женат и имел двух дочерей.

В.Э. Грэнвиль – автор значительного количества работ по высшей математике. Среди них: «Тригонометрия самолета и указатели» (1909), «Плоская и сферическая тригонометрия и четыре места таблицы логарифмов» ((1909), «Элементарный анализ» (1910), «Четвертое измерение и Библии» (1922).

Для нас представляет особый интерес работа «Элементы дифференциального и интегрального исчисления» (1904, пересмотренная в 1911 г.). По всей видимости, именно эта книга вызвала особый интерес у Николая Николаевича Лузина.

Первое доступное для нас издание этого учебного пособия датировано 1922 годом, проредактировано и дополнено профессором Н.Н. Лузиным, перевод осуществлен Н.Н. Маракуевым. Отметим, что это уже 2-е издание. Представлено издание двумя частями, довольно незначительными по объёму. Первая часть – дифференциальное исчисление – 288 страниц, вторая – интегральное исчисление – 192 страницы.

В дальнейшем учебное пособие начинает активно и регулярно переиздаваться, что свидетельствует о явном его успехе среди студентов и преподавателей.

Третье издание выходит спустя два года – в 1924 году – с указанием, что исправлено Н.П. Тарасовым. Николай Петрович Тарасов (1867-?) в дальнейшем стал автором учебника «Курс высшей математики для техникумов», выпущенного в 1935 году, допущенным Главным управлением учебных заведений НКТП СССР в качестве учебника для техникумов.

Учебник получил довольно широкое распространение и выдержал, по меньшей мере, 17 изданий, последнее в 1975 году.

Возвратимся к «Элементарам дифференциального и интегрального исчисления» В.Э. Гренвиля.

В 1926 году выходит 4-е издание, в 1927 году – 5-е, в 1928 – 6-е и 7-е издания. И в 1930 году – 8-е издание, опубликовано в издательстве «Красный пролетарий», где Н.Н. Лузин впервые фигурирует как соавтор учебника.

Обратим внимание читателя на то, как увеличился объём учебника. Первая часть с 288 страниц выросла до 705 страниц, вторая – с 192 страниц до 221 стр. Простые математические расчеты позволяют констатировать, что объём книги увеличился на 92 %. Доработки и усовершенствования учебника, уже только по формальному признаку, достигли своего зенита.

С этого времени учебник переиздается фактически ежегодно и предназначается для технических учебных заведений и самообразования, а с 1933 года он допущен для использования на математических и физических отделениях университетов педвузов.

В 1936 году 5-е издание получает гриф «Допущено в качестве учебника Всесоюзным комитетом по высшему техническому образованию при ЦИК СССР» и получает статус учебного пособия для высшей школы.

В 1941 году (1 часть), в 1942 году (2 часть) учебник последний раз выходит с двумя авторами – Гренвиль В.Э., Лузин Н.Н.

В 1946 году издательство «Советская наука» опубликовало учебники Н.Н. Лузина «Дифференциальное исчисление» и «Интегральное исчисление». Книги имели огромный успех!

В 1949 году – 2-е изд., в 1952 году – 3-е изд., в 1953 году – 4-е изд., в 1955 году – 5-е изд., в 1958 году – 6-е изд., в 1961 году – 7-е изд.

Причина успеха, по утверждению академика РАО Юрия Михайловича Колягина, заключается в следующем: «Будучи сторонником теоретического обоснования изучаемых математических фактов и утверждений, он никогда не считал строгость изложения учебного материала самоцелью; по его мнению, уровень математической строгости должен быть обусловлен целями преподавания и уровнем развития учащихся. Н. Н. Лузин считал, что *наука – это не «логомахия»*, и логические построения всегда должны подкреплять определенные концепции» [1, с.157].

Для меня учебник Николая Николаевича Лузина сравним по доступности и стройности изложения с учебником Андрея Петровича Киселева «Элементарная геометрия». И эта доступность не является синонимом примитивизма, это результат колоссальной педагогической работы. Наш земляк – учёный-педагог Владимир Львович Минковский – в статье, посвященной 80-летию со дня рождения Н.Н. Лузина, писал: *«Некоторым представляется, что Н.Н. Лузин проявляет излишнее стремление к простоте; далеко не все осознают, что эта простота есть результат орга-*

нического синтеза таланта крупнейшего математика и замечательного педагога. Внимательное, предупредительное отношение к своему читателю не выражает у Николая Николаевича снисходительности академика к массовому студенту, а является плодом исключительно проникновенного понимания процесса становления математических знаний» [4, с.65–68].

Список литературы

1. Колягин Ю.М. Русская школа и математическое образование: Наша гордость и наша боль / Ю.М. Колягин. – М.: Просвещение, 2001. – 318 с.
2. Лузин Н.Н. Дифференциальное исчисление: учебное пособие. – М.: Советская наука, 1958. – 473 с.
3. Лузин Н.Н. Интегральное исчисление: учебное пособие. – М.: Советская наука, 1958. – 415 с.
4. Минковский В.Л. О методико-математических воззрениях Н.Н. Лузина (к 80-летию со дня рождения) // Математика в школе. – 1963. – №6. – С.65-68.
5. http://en.wikipedia.org/wiki/William_Anthony_Granville

РАЗДЕЛ II. МАТЕМАТИКА, ИСТОРИЯ И ФИЛОСОФИЯ МАТЕМАТИКИ



МНОГООБРАЗИЕ КОНФИГУРАЦИЙ: ОТ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ДО ТАКТИЧЕСКИХ. ИСТОРИЧЕСКИЙ ОЧЕРК

В.Г. Алябьева

Пермский государственный национальный
исследовательский университет,
г. Пермь

Аннотация. Идеи Лейбница об *analysis situs* – разделе математики, который изучает порядок и расположение элементов друг относительно друга, – в XIX в. нашли воплощение в комбинаторике, проективной геометрии, топологии и теории графов. В комбинаторике исследовались проблемы существования и единственности конфигураций определённого вида, в проективной геометрии актуальны вопросы реализации определённых конфигураций. Между геометрическими и комбинаторными конфигурациями существовали многообразные связи, стимулирующие развитие тех и других конфигураций. Как выяснилось позднее, многие из тактических конфигураций являлись конечными геометриями или вкладывались в них. Координатизируя геометрию, удаётся геометрические свойства сформулировать на алгебраическом языке. Конечные геометрические и комбинаторные конфигурации являются удобными моделями для реализации различных групп подстановок.

Ключевые слова: геометрическая конфигурация, тактическая конфигурация, конечная проективная плоскость, конечное поле, теорема Дезарга, теорема Паппа, блок-схемы.

Теория геометрических конфигураций, по словам Д. Гильберта, составляла «поучительную область проективной геометрии» и рассматривалась в течение XIX в. «как важнейшая область всей геометрии». Комбинаторные конфигурации являются основным объектом исследования в комбинаторном анализе. Первоначально комбинаторика отождествлялась с теорией конфигураций.

Общим истоком теорий как геометрических, так и комбинаторных конфигураций явилась идея Лейбница об *analysis situs*. Лейбниц ввёл термин *analysis situs* – «анализ положения» – в письме к Х. Гюйгенсу от 8 сен-

тября 1679 г. – для обозначения особого раздела математики, который изучает порядок и расположение элементов друг относительно друга.

В XIX веке идеи *analysis situs* нашли воплощение в комбинаторике, проективной геометрии, топологии и теории графов.

Рассмотрим основные вехи в исследовании геометрических конфигураций в XIX в. Исследованиями геометрических конфигураций занимались многие математики, прежде всего немецкие: К.Т. Рейе, З. Кантор, Э. Штейниц, А.М. Шёнфлис, Я. Штейнер, Ф. Клейн и др. На страницах немецких журналов появлялись статьи, посвящённые исследованиям конфигураций, англичанина А. Кэли, итальянца Дж. Веронезе, голландца Я. Фриза. В 1910 году в «Энциклопедии математических знаний» Штейниц (Steinitz E.) поместил большой обзор «Конфигурации в проективной геометрии» [14].

Впервые определение геометрической конфигурации дал К.Т. Рейе (Karl Theodor Reye, 1837–1919) в 1882 году, но исследование конфигураций в проективной геометрии производилось задолго до 1882 года. Рейе в статье «Проблема конфигураций» [13] дал определение плоской симметричной конфигурации n_i и пространственной геометрической конфигурации n_i . Плоская геометрическая конфигурация n_i состоит из n точек и n прямых, расположенных так, что каждая из n точек инцидентна i прямым и каждая из n прямых инцидентна i точкам.

Пространственная конфигурация n_i состоит из n точек и n плоскостей таких, что в каждой плоскости лежит i точек и через каждую точку проходит i плоскостей. Если пространственной конфигурации принадлежит ещё g прямых, таких, что на каждой прямой лежит k точек и через каждую прямую проходит k плоскостей, то такая конфигурация обозначается символом (n_i, g_k) .

Точки, прямые, плоскости конфигурации называются её элементами. В качестве элементов конфигурации могут быть выбраны другие геометрические образы, например, прямые и конические сечения. Тогда отношением, связывающим прямые и конические сечения, может быть касание. Однако в дальнейшем, если это не оговорено особо, под элементами конфигурации мы будем понимать точки, прямые, плоскости.

Проблему конфигураций Рейе видит в нахождении чисел n и i , для которых существуют конфигурации, и в изучении свойств конфигураций. Заслуга Рейе состоит в том, что он впервые предпринял систематическое изучение конфигураций в проективной плоскости и обратил всеобщее внимание на этот важный раздел проективной геометрии.

Весьма последовательно решал поставленную Рейе проблему З. Кантор из Праги (Seligman Kantor, 1857 – ок. 1940).

Непосредственным построением можно убедиться, что параметр n для конфигурации n_3 удовлетворяет неравенству $n \geq 7$. Случаи $n = 7, 8, 9, 10$ подвергались наиболее тщательному изучению. Для $n = 7$ конфигурация 7_3 единственная, в вещественной плоскости она не реализуется. Это так называемая конфигурация Фано, или конечная проективная плоскость порядка 2. Обозначим точки конфигурации числами $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$. Семь выделенных блоков, содержащих по три элемента, назовём прямыми. Построим схему конфигурации 7_3 :

1	1	2	1	2	3	4
5	2	3	3	4	5	6
7	6	7	4	5	6	7

Схема содержит 7 элементов и 7 блоков, каждый блок содержит 3 элемента, каждый элемент принадлежит 3 блокам, каждые два блока имеют один общий элемент.

Конфигурация 8_3 также единственная. Ещё Мёбиус в 1828 году показал, что она не реализуется в вещественной плоскости, хотя может быть представлена мнимыми элементами. Он же показал, что конфигурацию можно представить системой двух 4-угольников, одновременно вписанных и описанных друг около друга. В 1940 году П.К. Рашевский [12] показал, что конфигурация 8_3 реализуется в конфигурациях $(13_4, 13_4)$ и $(21_5, 21_5)$, т. е. в конечных проективных плоскостях порядка 3 и 4 (хотя термина «конечные плоскости» автор не использует).

В 1881-1882 гг. З. Кантор исследовал конфигурации 9_3 и 10_3 . Он доказал, что существует три неизоморфные конфигурации 9_3 [8] и десять неизоморфных конфигураций 10_3 [9]. Все три конфигурации 9_3 реализуются в вещественной проективной плоскости. Одна из конфигураций 9_3 есть конфигурация Паскаля, изучаемая уже давно. Из десяти конфигураций 10_3 в вещественной плоскости реализуются девять. Одна из конфигураций 10_3 известна давно как конфигурация Дезарга (с 1646 г.). Теоремы Паскаля и Дезарга являются важнейшими классификационными теоремами проективных плоскостей. Начиная с 30-х годов XX столетия, исследовались алгебраические эквиваленты для различных конфигураций 9_3 и 10_3 , из отечественных учёных, обратившихся к этой тематике, отметим Б.И. Аргунова [3] и Л.А. Скорнякова [4].

Простейшие пространственные конфигурации образуют вершины, рёбра и грани многогранников. В 1828 году Мёбиус исследовал такое расположение тетраэдров, при котором каждый вписан в другой. К.А. Андреев, обобщая построения Мёбиуса, построил [2] целый класс простран-

венных конфигураций вида $(2_n^{n-1}, 2_n^{n-1})$, которые незаслуженно стали называть конфигурациями Кокса.

Значительный импульс исследованиям геометрических конфигураций сообщили работы А. Клебша. К моменту выхода его статей 1863 года в теории кривых и поверхностей различных порядков накопилось много разрозненных фактов, требующих для своей систематизации некоторой общей идеи. Используя теорию функций Римана, Клебш построил общую теорию, исследовал геометрические конфигурации на плоскости.

Зимой 1920-1921 гг. Давид Гильберт прочёл в Гёттингене курс «Наглядная геометрия», один из разделов которого был посвящён конфигурациям. Позднее лекции Гильберта, обработанные его учеником С. Кон-Фоссеном, были изданы отдельной книгой. В 1929 году Ф. Леви в книге «Геометрические конфигурации» [10] подвёл итог развитию геометрических конфигураций в XIX в.

Простейшими комбинаторными конфигурациями являются сочетания, размещения, перестановки. Основная операция в теории конфигураций – операция комбинирования, которая не является строго математической, а относится к общеинтеллектуальным, таким, как изобретательность, умение классифицировать, упорядочивать.

Осознание сущности операции комбинирования, области её применения начинается с Лейбница. Лейбниц искусство комбинаторики называл частью искусства изобретения. Свои первые комбинаторные вычисления Лейбниц выполнил в 1666 году в своей диссертации «Искусство комбинаторики», а затем в течение всей своей жизни многократно возвращался к размышлениям о роли комбинаторики в системе научного знания.

Взгляды Лейбница на высокую значимость комбинаторного искусства разделял выдающийся математик XIX века Дж. Дж. Сильвестр (James Joseph Sylvester, 1814–1897). Исследованию комбинаторных проблем Сильвестр посвятил несколько статей, начиная со статьи 1844 года «Элементарные исследования в анализе комбинаторных агрегатов» [15, v.1, p. 91–102], в которой он обсудил правила образования различных наборов и систем наборов из элементов данного n -множества. Сильвестр подчёркивал, что решаемые им проблемы относятся к новой математической дисциплине, предметом изучения которой является расположение элементов друг относительно друга. Эта новая наука находится в таком же отношении к количественному комбинаторному анализу, в каком геометрия положения – к метрической, или теория чисел – к вычислительной арифметике. *«Положение, комбинация, число представляются мне тремя пересекающимися, но различными сферами мысли, к которым имеют отношение все математические идеи»,* – пишет Сильвестр.

Раздел чистой математики, изучающий порядок, расположение элементов друг относительно друга, Сильвестр назвал *тактикой*. К этому разделу Сильвестр относил комбинаторный анализ, теорию чисел и тео-

рию групп подстановок. Учению о тактике Сильвестр предрекал большое будущее. Он полагал, что новое учение потребует специального символического исчисления. Однако Сильвестр не реализовал столь широкий замысел, ограничившись решением частных задач.

А. Кэли (Arthur Cayley, 1821–1895) разделял взгляды Сильвестра на тактику. В 1864 году Кэли в статье «О понятиях и границах алгебры» [5, т. 5, с. 292–294] предлагал различать в алгебре два вида операций: тактические и логистические. *Тактическая* операция связана с *расположением* множества вещей некоторым образом, *логистическая* (арифметическая) операция представляет собой вычисление для получения в результате числа. Каждая алгебраическая теорема основывается в конечном счёте на тактических основаниях. Однако нельзя абсолютно резко разделить тактические и логистические операции. Во всякой серии логистических операций есть тактический элемент, во многих тактических операциях, например, при разбиении чисел, есть кое-что логистическое. Таким образом, по мысли Кэли, *алгебра имеет два больших раздела: Тактику и Логистику*.

Термин «тактический», «тактическая операция», позднее – «тактическая конфигурация» прижился, особенно в англоязычной среде и используется до сих пор. В Европе чаще использовался термин «комбинаторная конфигурация».

Весьма известными тактическими задачами, привлекавшими внимание многих математиков в XIX веке, были задача Киркмана о 15 школьниках (1850) и комбинаторные задачи Штейнера (1853).

В 1896 году американский математик Елиаким Гастингс Мур (Elia-kim Hastings Moore, 1862–1932) в статье «Tactical memoranda» [11] ввёл термин *тактическая конфигурация*. Пусть задано n множеств $a_1, a_2, \dots, a_n$, для элементов которых задано отношение инцидентности. Эти множества образуют тактическую конфигурацию, если для любых g и h ($g \neq h$) каждый элемент из множества g инцидентен с одним и тем же числом a_{gh} элементов из множества h . Конфигурация называется геометрической, если для элементов принадлежащих ей множеств можно ввести геометрическую терминологию, отождествив элементы множества i с подпространством R_{i-1} размерности $i-1$ из пространства R_n размерности n . В своей статье Мур рассматривает многочисленные примеры тактических систем и доказывает их свойства.

Обобщением понятия «тактическая конфигурация» в XX явилось понятие блок-схемы. В 1935–1940 годах в статьях Фишера Р. [6] и в работах его сотрудников, посвященных планированию эксперимента, появился сначала термин *block arrangement*, затем – *block design*, дословный перевод которого – «блочный план». С.А. Широкова (Рукова) в 1966 г. предложила перевести *block design* как «блок-схема». Этот перевод в русской литературе утвердился. Под блок-схемой понимается система подмножеств конечного множества, удовлетворяющая некоторым условиям, относящимся к

частоте появления пар элементов в подмножествах системы. Блок-схема задаётся парой множеств (V, B) , где $V = \{a_1, a_2, \dots, a_v\}$, $B = \{B_1, B_2, \dots, B_b\}$. Элементы множества V называются *элементами* блок-схемы, а элементы множества B – её *блоками*. Обозначим через v число элементов в схеме, через b – число блоков. Число элементов, принадлежащих блоку B_j , обозначим через k_j . Число блоков, инцидентных элементу a_i , обозначим через r_i . Через λ_{ij} обозначим число блоков, которым принадлежит пара элементов $\{a_i, a_j\}$. Если все блоки состоят из одинакового количества k элементов, если каждый элемент входит в одно и то же число r блоков и если число блоков, которым принадлежит любая пара элементов $\{a_i, a_j\}$, постоянно и равно λ , то схема называется *уравновешенной неполной* блок-схемой. Слово «уравновешенный» характеризует одинаковую частоту появлений элементов и пар элементов, а слово «неполный» служит указанием на то, что, вообще говоря, не все k –элементные множества – входят в качестве блоков в схему. Для параметров уравновешенной неполной блок-схемы выполняются соотношения:

$$vr = kb, \lambda(v - 1) = r(k - 1).$$

Частным видом тактических конфигураций являются конечные проективные и аффинные геометрии, которые были аксиоматически определены в конце XIX – начале XX века.

Аксиоматика проективной плоскости:

- P1. Через любые две различные точки проходит единственная прямая.
- P2. Любые две различные прямые пересекаются в единственной точке.
- P3. Существуют четыре неколлинеарные по три точки.

Ученик Мура Освальд Веблен (Osvald Veblen, 1880-1960) в 1906 году в статье «Конечные проективные геометрии» указал общий метод построения конечных проективных пространств размерностей, превышающих 2, и конечных проективных плоскостей над полями Галуа, сформулировал аксиоматику конечной n –мерной геометрии. Веблен доказал, что для проективной n –мерной геометрии, $n \geq 2$, выполняется теорема Дезарга. Выполнимость теоремы Дезарга для конечной проективной плоскости зависит от свойств координатизирующей системы. Если конечная плоскость построена над конечным полем, то теорема Дезарга в конечной плоскости выполняется.

Теория тактических конфигураций развивалась, тесно взаимодействуя с теорией геометрических конфигураций, теорией конечных групп и с теорией графов. В 1974 году в статье «Тактические конфигурации: введение» Judith L.Q. определил [7] тактическую конфигурацию ранга r на языке теории графов как семейство r непересекающихся множеств вершин

$A_1, A_2, \dots, A_r$, называемых связками, с соотношением смежности между вершинами. Каждая вершина связки A_i смежна с вершинами связки A_j . Это постоянное число d_{ij} называется $(i - j)$ – степенью, множество всех таких степеней называется множеством степеней конфигурации. Тогда тактическую конфигурацию можно определить как r – дольный граф. Проективная плоскость порядка n определяется как конфигурация ранга 2 со множеством степеней $\{n, n\}$, с обхватом 6 и размерами обеих полос $n^2 + n + 1$. Обхват графа равен числу вершин в наименьшем полигоне графа.

Список литературы

1. *Алябьева В.Г.* Развитие теории тактических (комбинаторных) конфигураций в XIX-XX веках // Историко-математические исследования. - С.-Петербург, 1994. – Вып. 35. – С. 302–311.
2. *Андреев К.А.* К вопросу о конфигурациях // Сообщения Харьковского математического общества, 1889. – Т. 2, сер. 2, № 1-3. – С. 94–107.
3. *Аргунов Б.И.* Конфигурационные постулаты и их алгебраические эквиваленты // Математический сборник. 1950. – Т. 26(68), № 3. – С. 425–456.
4. *Скорняков Л.А.* Проективные плоскости // Успехи математических наук. 1951. – Т. 6. Вып. 6 (46). – С. 112–154.
5. *Cayley A.* The collected mathematical papers. – Cambridge. 1890-1898. v.1-13.
6. *Fisher R.A.* The design of experiments. – Edinburgh: Oliver and Boyd. 3 d.ed.1942. 236 p.
7. *Judith C.* Tactical configurations: an introduction // Lecture Notes of Mathematics. 1974. V. 406. P. 325–329.
8. *Kantor S.* Über die Configuration (3,3) mit den Indices 8,9 und ihren Zusammenhang mit den Curven dritter Ordnung // Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Academie der Wissenschaften Wien. 1881. Bd. 84. S.915–932.
9. *Kantor S.* Die Configurationen (3,3)₁₀ // Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Academie der Wissenschaften Wien. 1882. Bd. 84. Abth. 2. S.1291–1314.
10. *Levi F.* Geometrische Konfigurationen mit einer Einführung mathematisch-naturwissenschaftlicheg in die Kombinatorische Flächentopologie. - Leipzig: Hirzel, 1929. 310 S.
11. *Moore E.H.* Tactical memoranda I-III // American journal of mathematics. 1896. V. 18. P. 264–303.
12. *Rachevsky P.* Sur une géométrie projective avec de nouveaux axiomes de configuration // Математический сборник. 1940. Т. 8(50):2. С. 183–204.

13. *Reye K.T.* Das Problem der Configurationen // *Acta Mathematica*. 1882. Bd. 1, S. 92–96.

14. *Steinitz E.* Konfigurationen der projektiven Geometrie // *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*. Leipzig. 1898-1934. Bd. 3. S. 481–516.

15. *Sylvester J.J.* The collected mathematical papers. – Cambridge. 1889-1898. v.1-2.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПОИСКУ СКРЫТЫХ КОЛЕБАНИЙ В НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ. ПРОБЛЕМА КАЛМАНА

И.М. Буркин, Л.И. Буркина, Нгуен Нгок Хиен
Тульский государственный университет,
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Тула, г. Елец

Аннотация. Предлагается аналитико-численный метод поиска скрытых колебаний в многомерных моделях нелинейных регулируемых систем. С использованием предложенного метода строится система четвертого порядка, для которой имеет отрицательное решение проблема Калмана.

Ключевые слова: нелинейные системы, устойчивость, цикл, проблема Калмана.

Широко известные в теории нелинейных регулируемых систем проблемы Айзермана и Калмана были сформулированы в середине XX века и сразу привлекли внимание специалистов в теории управления и дифференциальных уравнений [1, 9]. Суть этих проблем состоит в следующем. Рассмотрим нелинейную систему

$$\frac{dx}{dt} = Ax + b\varphi(\sigma), \sigma = c^*x, x \in R^n, \quad (1)$$

где A – постоянная $n \times n$ -матрица, b и c – n -векторы, $\varphi(\sigma)$ – скалярная функция, $\varphi(0) = 0$. Пусть все линейные системы (1) с $\varphi(\sigma) = \mu c$ асимптотически устойчивы при $\mu \in (\mu_1, \mu_2)$.

Гипотеза Айзермана. Система (1) с любой кусочно-непрерывной нелинейностью $\varphi(\sigma)$, удовлетворяющей при $\sigma \neq 0$ условию $\mu_1 < \frac{\varphi(\sigma)}{\sigma} < \mu_2$, устойчива в целом.

Гипотеза Калмана. Система (1) с любой кусочно-дифференцируемой нелинейностью $\varphi(\sigma)$, удовлетворяющей в точках дифференцируемости условию

$$\mu_1 < \frac{\varphi(\sigma)}{\sigma} < \mu_2, \quad (2)$$

устойчива в целом.

Для случая $n = 2$ первый контрпример к проблеме Айзермана был построен Н.Н. Красовским в 1952 году [7]. В 1958 году В.А. Плисс [8, с. 353] указал метод построения трехмерных нелинейных систем, удовлетворяющих условиям Айзермана и обладающих периодическими решениями. Позднее этот метод был обобщен Г.А. Леоновым на системы произвольной размерности [5]. Однако предложенные в упомянутых работах классы нелинейных систем не удовлетворяли условиям Калмана. Доказательство того факта, что проблема Калмана имеет положительное решение для случаев $n = 2$ и $n = 3$, получено в книге [10]. Наконец, в 1988 году Н.Е. Барабанов [2] доказал существование систем четвертого порядка, для которых проблема Калмана имеет отрицательное решение. Как справедливо отмечено в работе [3], результат Барабанова является «теоремой существования» и нуждается в тщательной проверке. Иными словами, необходимо найти примеры конкретных систем четвертого порядка, удовлетворяющих условиям Калмана и обладающих, например, периодическими решениями.

В последние годы получили развитие новые подходы к решению сложных математических проблем, в частности, проблем Айзермана и Калмана, основанные на синтезе аналитических и численных методов с привлечением мощной компьютерной техники [6, 3, 11]. В упомянутых работах предложены аналитико-численные методы поиска так называемых скрытых колебаний в нелинейных системах. Применение этих методов, использующих на первом этапе обобщенный метод гармонической линеаризации, позволило авторам получить впечатляющие результаты. В то же время, как показывает практика исследования конкретных систем, эти методы оказываются «достаточно затратными», поскольку требуют достаточно большого числа вспомогательных выкладок на этапе предварительной подготовки к их непосредственной реализации.

В настоящей работе предлагается иной подход к поиску скрытых колебаний нелинейных систем вида (1), который во многих случаях позволяет получить аналогичные результаты с существенно меньшими затратами.

Прежде чем перейти к изложению этого метода, поясним суть понятия «скрытые колебания». Под колебанием в системе (1) будем понимать асимптотически орбитально устойчивое периодическое решение этой системы (цикл). Если области притяжения цикла принадлежат все точки сколь угодно малой окрестности некоторого состояния равновесия системы (1), то такое колебание называют *самовозбуждающимся*. Самовозбуждающееся колебание легко обнаруживается с помощью вычислительной процедуры, «стартующей» из любой точки указанной окрестности. *Скрытые* колебания могут иметь достаточно малую область притяжения, не содержащую точек из окрестности положений равновесия системы. Только такие колебания, если они, разумеется, существуют, могут присутствовать в системе (1), для которой выполнены условия Калмана (2), налагаемые на функцию $\varphi(\sigma)$. Поэтому скрытые колебания в большинстве случаев бывает

трудно обнаружить при помощи вычислительных процедур и для их поиска нужны специальные методы организации таких процедур.

Суть предлагаемого метода поиска скрытых колебаний состоит в использовании следующего утверждения, доказанного в работе [4]. Обозначим через $\frac{P}{\chi(p)}$, где P – комплексная переменная, передаточную функцию системы (1). Будем предполагать, что знаменатель дроби $\chi(p)$ есть многочлен степени n и он несократим с ее числителем.

Теорема. Пусть существует такое число $\lambda > 0$, что выполнены условия

1. При всех $\omega \geq 0$ справедливо неравенство

$$|P(j\omega)|^2 > \lambda \chi(j\omega) \chi^*(j\omega).$$

2. Для некоторого $\mu \in (\mu_1, \mu_2)$ матрица $A + \mu B C^*$ имеет ровно два собственных значения с положительными вещественными частями и не имеет их в полосе $-\lambda R \mu$.

3. Для некоторого $\bar{\mu} \in (\mu_1, \mu_2)$ все собственные значения матрицы $A + \bar{\mu} B C^*$ имеют отрицательные вещественные части (матрица гурвицева).

Тогда можно выбрать дифференцируемую функцию $\varphi(\sigma)$ в системе (1) так, чтобы она удовлетворяла условию (2), и при этом система (1) имела любое наперед заданное число орбитально асимптотически устойчивых циклов, по крайней мере один из которых содержит в своей области притяжения все точки сколь угодно малой окрестности состояния равновесия $x = 0$.

Способ выбора функции $\varphi(\sigma)$, обладающей нужными свойствами, подробно описан в [4].

Изложим теперь процедуру построения контрпримера к гипотезе Калмана, основанную на использовании приведенной теоремы. Пусть матрица A и векторы b и c в системе (1) таковы, что выполнены все предположения этой теоремы для заданных μ_1 и μ_2 . Тогда существуют числа μ_3 и μ_4 ~~($\mu_3 < \mu_4$)~~ такие, что при всех $\mu \in (\mu_3, \mu_4)$ матрица $A + \mu B C^*$ гурвицева. В качестве нелинейности в системе (1) возьмем какую-либо дифференцируемую функцию, для которой ~~$\mu_3 < \mu_4$~~ . Выберем дифференцируемую функцию $\psi(\sigma)$, удовлетворяющую условиям (2) так, чтобы система (1) с такой нелинейностью имела по крайней мере один орбитально асимптотически устойчивый цикл, область притяжения которого содержит все точки малой окрестности состояния равновесия $x = 0$ системы. Согласно процедуре, описанной в [4], нужными свойствами будет обладать, например, любая дифференцируемая функция $\psi(\sigma)$, для которой выполнены условия: матрица $A + \mu B C^*$ имеет ровно два собственных значения с положительными вещественными частями,

Пусть $x_0 \neq 0$ – какая-либо точка из окрестности состояния равновесия $x=0$. Найдем численно решение $x_0(t)$ системы (1) на промежутке $[0, T]$, где T достаточно велико, с нелинейностью $\psi(\sigma)$ и начальным условием $x_0(0)=x_0$. Значение $x_0(T)$ будет достаточно близко к циклу. Рассмотрим теперь, например, семейство систем (1) с нелинейностями $\varphi_j(\sigma)$, где $\varepsilon_j = 0.1j, j=0, 1$. Решения этих систем будем обозначать $x_j(t)$. При численном интегрировании каждой из систем семейства в качестве начального условия $x_j(0)$ будем брать $x_{j-1}(T)$. Если при интегрировании всех систем семейства получаем цикл, то при $j=10$ будет найден цикл системы (1) с нелинейностью $\varphi(\sigma)$, удовлетворяющей условиям гипотезы Калмана, и тем самым построен контрпример к этой гипотезе.

Замечание. Если в процессе реализации описанного алгоритма на некотором шаге цикл не обнаруживается, то это может означать, что очередной цикл имеет очень малую область притяжения. В этом случае целесообразно попытаться уменьшить шаг дискретизации по ε и повторить процедуру поиска с меньшим шагом.

Пример. Рассмотрим систему (1) с

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Для функции $\varphi(\sigma)$ выполнены условия $0 < \varphi(\sigma) < \varepsilon$, тогда как матрица $A + \mu B$ является гурвицевой при $0 < \mu < 99$. Поэтому для рассматриваемой системы выполнены все предположения гипотезы Калмана.

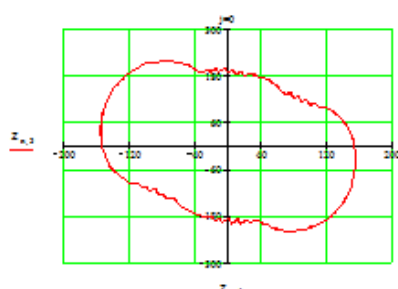


Рис. 1

Используя описанную выше процедуру, покажем, что рассматриваемая система имеет цикл.

Нетрудно проверить, что здесь выполнены все условия теоремы для $n=4, \mu=2, 0.01$. В качестве $\psi(\sigma)$ возьмем функцию $1/\sigma + 0.1$. Численное интегрирование системы с такой функцией и начальными условиями $(0, 1; 0, 3; 0, 3; 0, 2)$ методом Рунге-Кутты выводит нас на цикл. Проекция этого цикла на плоскость (x_3, x_4) представлена на рисунке 1. Рассмотрим теперь, например, семейство систем (1) с нелинейностями $\varphi_j(\sigma)$, где $\varepsilon_j = 0.1j, j=0, \dots, 10$. К этому семейству применим описанную выше процедуру последовательного построения реше-

ний $\mathbf{x}_j(t)$. Циклы, полученные при $j=5$ и $j=10$, представлены на рисунках 2 и 3.

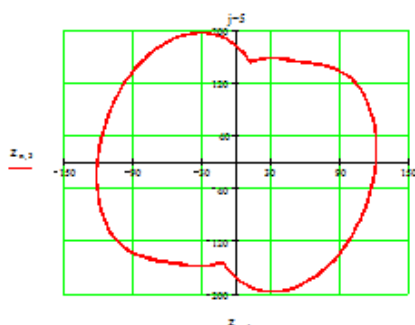


Рис.2

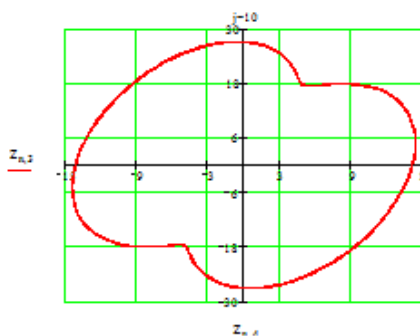


Рис.3

Наличие у рассматриваемой системы цикла, изображенного на рисунке 3, означает, что нами построен контрпример к проблеме Калмана.

Подчеркнем еще раз, что область притяжения найденного цикла не содержит окрестность состояния равновесия рассматриваемой системы. Так, например, решение этой системы с начальным условием $(-3,995926; 3,958973; -2,162696; -0,226714)$ «уходит» к нулю. То есть найденное нами колебание является скрытым.

Список литературы

1. Айзерман М.А. Об одной проблеме, касающейся устойчивости в «большом» динамических систем // Успехи математических наук, 1949. – Т.4. – С. 186–188.
2. Барабанов Н.Е. О проблеме Калмана. // Сиб. мат. журнал, 1988. – Т. XXIX. – С. 3–11.
3. Брагин В.О., Нагайцев В.И., Кузнецов Н.В., Леонов Г.А. Алгоритмы поиска скрытых колебаний в нелинейных системах. Проблемы Айзермана, Калмана и цепи Чуа // Известия РАН. Теория и системы управления, 2011. – №4. – С.3–36.
4. Буркин И.М. О явлении буферности в многомерных динамических системах // Дифференциальные уравнения, 2002. – Т. 38, №5. – С. 585-595.
5. Леонов Г.А. Об устойчивости в целом нелинейных систем в критическом случае двух нулевых корней // ПММ, 1981. – Т.45, в.4. – С.752-755.
6. Леонов Г.А. Эффективные методы поиска периодических колебаний в динамических системах // ПММ, 2010. – Т.74, №1. – С. 37–49.
7. Красовский Н.Н. Теоремы об устойчивости движений, определяемых системой двух уравнений // ПММ, 1952. – Т.16, №5. – С.547-554.
8. Плисс В.А. Нелокальные проблемы теории колебаний. – М.: Наука, 1964. – 367 с.

9. *Kalman R.E.* Physical and Mathematical mechanisms of instability in nonlinear automatic control systems //Transactions of ASME, 1957. – V.79.3. – С. 553-566

10. *Leonov G.A., Ponomarenko D.V., Smirnova V.B.* Frequency methods for nonlinear analysis. Theory and applications. Singapor: World Scientific, 1966. – 498 p.

11. *Leonov G.A., Kuznetsov N.V.* Analytical-numerical methods for hidden attractors localization: The 16th Hilbert problem, Aizerman and Kalman conjectures, and Chua circuit // Numerical Methods for Differential Equations, Optimization, and Technological Problems, Computational Methods in Applied Sciences, 2013. – V.27, Part 1 (Springer). –P. 41– 64.

ФЕЛИЧЕ КАЗОРАТИ И ЕГО РОЛЬ В РАЗВИТИИ ТЕОРИИ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Н.С. Ермолаева

*Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет,
г. Санкт-Петербург*

Аннотация. В статье приведены сведения об итальянском математике Ф. Казорати и его математических трудах, в частности о его теореме о существенно особой точке, которая теперь носит имя Казорати-Сохоцкого-Вейерштрасса, причём авторство Ю.В. Сохоцкого часто забывают. Эта теорема до К. Вейерштрасса была доказана одновременно Казорати и Сохоцким независимо друг от друга.

Ключевые слова: Ф. Казорати, Ю.В. Сохоцкий, теорема о существенно особой точке, многопериодические функции.

Имя итальянского математика Феличе Казорати (1835-1890) тесно связано с теорией функций комплексного переменного. В нашей литературе оно встречается в основном лишь в связи с теоремой о поведении функции в окрестности существенно особой точки, которую он и профессор Санкт-Петербургского университета Ю.В. Сохоцкий доказали одновременно.

В своё время У. Боттадини [1] в Италии и Э. Нойеншвандер [7, 8] в Швейцарии занимались исследованием научного наследия и архива Казорати. Этот представляющий большую ценность для истории математики архив содержит переписку Казорати и его математический дневник, насчитывающий 2430 страниц. Среди многочисленных корреспондентов Казорати были как итальянские, так и зарубежные учёные, в их числе Ш. Эрмит, К. Вейерштрасс, Л. Кроненкер, Г. Миттаг-Леффлер, К. Шварц. По этой

причине представляется целесообразным рассмотреть подробнее деятельность Казорати и роль, которую он сыграл в развитии математики.

Феличе Казорати родился 17 декабря 1835 г. в г. Павии. Его отец Франческо Казорати был профессором медико-хирургического отделения Павийского университета, одного из древнейших в Европе. Этот же университет окончил и Феличе Казорати в 1856 г., получив диплом инженера и архитектора.

Учителями Казорати были выдающиеся математики: Антонио Мария Бордани и Франческо Бриоски, ассистентом последнего Казорати стал в 1858 г. Большое значение для дальнейшей математической деятельности Казорати имело путешествие во Францию и Германию, которое он совершил в 1858 г. вместе с Ф. Бриоски и Э. Бетти (по приглашению Бриоски), так как именно тогда он познакомился не только с новыми математическими теориями, но и с их создателями. Установление личных контактов с крупнейшими математиками Европы позволило ему в последующие годы, в письмах или при личных встречах, обсуждать с ними интересующие его математические вопросы. Что касается работы Казорати в области теории аналитических функций, то, вероятно, он заинтересовался ею под влиянием Э. Бетти, уже занимавшегося теорией эллиптических функций. Во время второй поездки в Германию в 1864 г. Казорати посетил в Дрездене ученика Б. Римана Г. Роха, с которым обсуждал ряд вопросов теории Римана.

В течение своей жизни Казорати преподавал различные дисциплины: высшую геодезию, топографию и гидрометрию (с 1857 г.), алгебру и аналитическую геометрию (с 1859 г.), дифференциальное исчисление (с 1865 г.). Геодезию и анализ Казорати преподавал не только в Павии, но и в Высшем техническом институте в Милане, директором которого был Ф. Бриоски. После А. Майнарди, скончавшегося в 1879 г., Казорати занял кафедру анализа в Павийском университете, которой заведовал до своей смерти 11 сентября 1890 г.

Научная активность Казорати была отмечена избранием его в члены ряда академий и обществ: в 1868 г. он стал действительным членом Ломбардского института науки и литературы, в 1869 г. – Итальянского научного общества. С 1871 г. Казорати – член-корреспондент, а с 1875 г. – действительный член Академии деи Линчеи. С 1877 г. он – член-корреспондент Академии наук в Гёттингене, с 1880 г. – в Турине, с 1885 г. – в Болонье, с 1886 г. – в Берлине. После смерти Казорати его имя было присвоено одному из технических учебных заведений Павии [5].

Наибольшую известность принесла Казорати изданная им в 1868 г. «Теория функций комплексного переменного» [4]. Это был первый учебник, освещающий вопросы этой теории как с позиций Коши, так и с позиций Римана. Кроме того, Казорати выступает здесь и как историк математики. Историческое введение в этой книге, занимающее 143 страницы, ин-

тересно и сегодня. Важное значение имела и его работа о многопериодических функциях [3].

Казорати достаточно подробно рассказывает историю теории функций комплексного переменного, начиная с работ, предшествующих трудам А.-М. Лежандра, затем переходит к характеристике трудов самого Лежандра, а также Коши, Н.Г. Абеля, К.Г. Якоби, Б. Римана и многих других. Интересно отметить, что Казорати изучал и работы П.Л. Чебышёва по интегрированию иррациональных дифференциалов.

Основной текст книги разбит на четыре раздела, причём до введения комплексных чисел Казорати рассматривает числа рациональные, что методически оправдано, учитывая то обстоятельство, что теория функций комплексного переменного в то время не была ещё столь широко распространена. Казорати вводит комплексные числа как расширение действительных чисел. Затем он рассматривает понятие функции комплексного переменного, различные виды таких функций и действия с ними; доказывает теорему о поведении аналитической функции в окрестности существенно особой точки. Этой теореме Казорати справедливо придавал большое значение, посвятив ей отдельную статью [3] в том же 1868 г., но позднее был очень огорчён тем, что его теорему стали связывать с именем Вейерштрасса, который тоже опубликовал доказательство этой теоремы, но значительно позднее. Об этом свидетельствуют письма и дневники Казорати. В настоящее время история доказательства этой теоремы хорошо установлена в работах А.И. Маркушевича [11] и Э. Нойеншwandера [7, 8]. Следует отметить несправедливость упрека Нойеншwandера [7] Сохоцкому в том, что он при доказательстве теоремы не упомянул работы Казорати. Однако профессор Санкт-Петербургского университета Юлиан Васильевич Сохоцкий (1842–1927), тогда ещё магистрант, получил разрешение на публикацию своей диссертации «Теория интегральных вычетов с некоторыми приложениями» в марте 1867 г., но до печати кто-то из профессоров должен был её прочитать. Защита диссертации состоялась в мае этого же года [10]. Всё это исключает справедливость мнения Нойеншwandера.

Не следует забывать и о той известной закономерности, что когда назревает логическая внутренняя необходимость, то «идеи носятся в воздухе» и открытия могут совершаться одновременно и независимо разными учёными.

Предполагавшийся второй том книги Казорати [4] так и не был издан. Сам он объясняет это отсутствием времени, но были и более серьёзные причины. Сохранилось оглавление второго тома, из которого видно, что Казорати собирался, следуя Риману, изложить теорию функций, существенно используя принцип Дирихле. По Риману, действительная и мнимая части любой аналитической функции являются гармоническими, т.е. удовлетворяют уравнению Лапласа $\Delta u = 0$.

Для нахождения гармонической функции u в области с заданными значениями на границе как функции, минимизирующей интеграл по области D её определения

$$u = \iint_D \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy,$$

предполагалось воспользоваться вариационными методами.

Ни Дирихле, ни Риман строго не доказали этот принцип. Известна критика этого принципа Вейерштрассом, который построил пример аналитической функции с неограниченным функционалом. (Строгое доказательство принципа Дирихле при некоторых ограничениях было опубликовано Д. Гильбертом в 1900 и 1904 гг.).

Для второй части книги [4] Казорати предполагал, основываясь на принципе Дирихле, развить теорию абелевых функций. Он считал, что вопросы непрерывности, разложения функций в тригонометрические ряды и принцип Дирихле взаимосвязаны, а потому их надо рассматривать вместе. По этой причине он обращался к К.Шварцу, Л. Шлефли, Г.Веберу, Ф.Приму и другим математикам с призывом доказать принцип Дирихле. Однако после критики этого принципа Вейерштрассом в 1870 г. доказательства долгое время не было, а втором том «Теория функций комплексного переменного» так и остался ненаписанным.

Научные работы Казорати можно разделить на несколько групп по вопросам, которые в них затрагиваются. (Полный список его трудов имеется в [6] и в [9], а в 1951 г. в Риме было издано собрание сочинений Казорати).

Три статьи (1858, 1872 и 1875 гг.) Казорати связаны с исследованиями по геодезии и топографии. Несколько его работ относятся к дифференциальной и аналитической геометрии, которыми он занялся под влиянием А. М. Бордони, Ф. Бриоски и Э. Бельтрами. В частности, в них он ввёл в рассмотрение новый тип кривизны поверхности.

Ряд статей, написанных Казорати между 1874 и 1889 годами, связан с теорией дифференциальных уравнений, в частности с линейными дифференциальными уравнениями первого и второго порядка и их особыми решениями. В одной из них он начал исследование дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.

Однако основное внимание Казорати уделял теории функций комплексного переменного. Остановимся более подробно на характеристике этого цикла работ, в котором главными являются статьи Казорати, посвящённые критике теоремы Якоби о невозможности более двух периодов у аналитической функции. Эта тема прошла через всю творческую жизнь Казорати. Статьи, написанные им по этому вопросу, можно разделить по времени на три периода: 1863-1854, 1882-1883 и 1885-1886 годов. Именно

за эти работы последнего периода он и заслужил признание Берлинской академии наук.

В 1835 г. Якоби исследовал вопрос, может ли функция комплексного переменного иметь три или больше периодов, и утверждал, что либо один из этих трёх периодов состоит из двух ($\omega_1 = m\omega_2 + n\omega_3$, где m и n – целые числа, ω_i ($i=1, 2, 3$) – периоды), либо появляется период, абсолютная величина которого может быть сколь угодно малой. Последнее Якоби называл абсурдным без достаточного обоснования. Полученный результат Якоби применил к обращению одного гиперэллиптического интеграла и показал, что это обращение не может быть аналитической функцией. Выход из этого положения Якоби нашёл путём комбинации двух гиперэллиптических интегралов от двух переменных.

Впервые теорему Якоби критиковал в 1847 г. А. Гёпель (1812–1847), но Якоби отклонил критику Гёпеля, и ввиду авторитета Якоби большинство математиков приняли его способ обращения гиперэллиптических интегралов, при этом они отказались от рассмотрения объявленных абсурдными многопериодических функций.

Казорати в одной из первых своих работ 1863–1864 гг. [2] пишет, что он хотел бы показать, что идея многопериодичности не противоречит обычной идее функции от одной переменной и что теорема Якоби, накладывающая жёсткие ограничения на эту периодичность, справедлива только для некоторого класса функций. Далее он замечает, что авторитет Якоби отдалил математиков от изучения функций от одной переменной, которые являются, по его мнению, более важными, чем функции многих переменных.

Через 20 лет Казорати возвращается к этому вопросу. В статье 1883 года он рассматривает многопериодическую функцию $z(w)$ и исследует «подходящие» пути интегрирования от w к w_0 и от z к z_0 . Казорати утверждает, что Якоби не прав, считая периодом разность двух периодов, и поясняет свою мысль на простом примере. Там же он рассматривает бесконечнозначную функцию $z = \lambda(w)$, где

$$w = \int_0^z \left(\frac{1}{z-1} - \frac{\sqrt{2}}{z-2} \right) dz = \ln \left(-z - \sqrt{2} \ln \left(1 - \frac{z}{2} \right) \right).$$

Эта функция имеет два периода: $\varpi = 2\pi i$, $\omega' = -2\pi i\sqrt{2}$, отношение которых несоизмеримо, что, согласно Якоби, невозможно. Однако Казорати рассматривает w и z как точки соответствующих плоскостей и показывает, каким кривым в плоскости z соответствуют координатные линии в плоскости w . Затем находит положение особых точек $z = 1$, $z = 2$, $z = -\sqrt{2}$ и ука-

зывает, что при $z = -\sqrt{2}$ будет $w = 0,125052 + w_0 + m\varpi + m'\varpi'$. Беря потом два произвольных значения (w_0, z_0) и $(w_0 + m\varpi + m'\varpi', z')$, он получает

$$\int_{z_0}^{z'} \left(\frac{1}{z-1} - \frac{\sqrt{2}}{z-2} \right) dz = m\varpi' + m'\varpi'$$

Если z' совпадает с z_0 , то путь интегрирования в плоскости z проходит от точки z к той же точке z_0 , образуя определённое количество петель фактически на разных листах римановой поверхности. Эти петли окружают точку $z=1$ m раз и точку $z=2$ m' раз. Теперь для двух бесконечно близких точек вида w_0 и $w_0 + m\varpi' + m'\varpi'$ целые числа m и m' должны быть бесконечно большими и, соответственно, путь интегрирования от z к z' бесконечно длинным.

Если переменную изменить затем на бесконечно малую величину от w_0 до $w_0 + m\varpi' + m'\varpi'$, то функция z в определённой, но не бесконечно удалённой точке будет иметь другое значение (т.е. эта бесконечно малая величина не будет периодом, и «абсурд» Якоби снимается). Таким образом, Казорати показал, что при определённом выборе путей интегрирования многопериодические функции будут аналитическими.

Так как научная активность Казорати в основном связана с распространением идей Римана, то хотелось бы отметить следующее. Идеи Римана о многолистных поверхностях и точках ветвления были трудны для понимания, а если понимание и было, то только формальное. Принимая эти идеи, многие математики того времени считали их своего рода искусственным приёмом для достижения некоторых математических результатов, но без которых можно было бы и обойтись (например, принимая подход Коши). Примерно то же самое произошло в своё время с комплексными числами, введение которых многие считали просто некоторым приёмом, позволяющим приходить к результатам для вещественных чисел.

Педагогическая деятельность для Казорати была главным делом его жизни [9], поэтому он стремился к тому, чтобы в излагаемых им вопросах не было неясностей, а так как он старался познакомить своих учеников с новейшими исследованиями, то это требовало дополнительных изысканий или исправлений ранее полученных результатов. Эта особенность личности Казорати проявилась и в настойчивости, с которой он пропагандировал и развивал идеи теории Римана.

В заключение хотелось бы отметить некоторые общие черты, присущие двум математикам одной эпохи, — Ю.В. Сохоцкому в России и Ф. Казорати в Италии. И Россия, и Италия в этот период характеризуются подъёмом производительных сил. В Италии это было связано с её объединением, которое завершилось в 1871 г., а в России — с развитием капиталистических отношений в середине XIX в. Возможно, что закономерным яв-

ляется и появление в каждой области науки людей, роль которых можно было бы определить одним ёмким словом – Учитель.

И Сохоцкий, и Казорати были выдающимися педагогами, много сделавшими для воспитания новых поколений математиков. Оба они преподавали не только в университете, но и в техническом вузе. Оба они известны своими первоклассными учебниками: у Сохоцкого – его «Курс высшей алгебры», а у Казорати – его «Теория функций комплексного переменного». Заметим также, что оба они не издали продолжения своих курсов по схожим причинам. Оба они содействовали распространению новых математических теорий: Сохоцкий – теории функций комплексного переменного и, в частности, интегральных вычетов типа Коши, а Казорати – той же теории функций комплексного переменного и особенно идей Римана в этой области. Вероятно, не является случайным и независимое появление в их работах теоремы о поведении функции в окрестности существенно особой точки.

Рассмотрение творчества Ф. Казорати и Ю.В. Сохоцкого убедительно показывает, что для истории науки значительный интерес представляют не только создатели новых теорий, но и менее известные учёные, благодаря которым эти теории получают признание, распространение и последующее развитие.

Список литературы

1. *Bottazzini U.* Riemann's Einfluss auf E. Betti und F. Casorati // Archive for History of Exact Science, 1977. – V. 18. – S. 27-37.
2. *Casorati F.* Sur les fonctions à périodes multiples // Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences, 1863. – T. 58. – P. 1-13.
3. *Casorati F.* Un theorema fondamentale nella teorica delle funzioni // Rendicontu del R. istituto Lombardo, 1868. – Ser. II. – T. 1. – 1868. – P. 79-81.
4. *Casorati F.* Teorica delle funzioni di variabili complesse. Pavia, 1868.
5. Dizionario Biografico degli italiani. Roma, 1978. – T. 21
6. *Loria G.* Cenni intorno a la vita e le opera di Felice Casorati // Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, 1891. – T 5. – P. 236-251.
7. *Neuenschwander E.* The Casorati-Weierstrass Theorem // Historia mathematica, 1978 – T. 5. – P. 139-166.
8. *Neuenschwander E.* Derr Nachlass von Casorati (1835-1890) in Pavia // Archive for Exact Science, 1978. – T. 18. – V. 22. – P. 1-89.
9. *Volterra V.* Betti, Brioschi, Casorati – trois analystes italiens et trois manière d'envisager les questions d'analyse // Comptes.rendus. du 2-me Congrès international des mathématiciens. – Paris, 1902. – P. 433-457.
10. *Ермолаева Н.С.* Аналитические исследования Ю.В Сохоцкого // Историко-математические исследования. Выпуск 34. – М.: Наука, 1993. – С. 60-103.

11. *Маркушевич А.И.* Вклад Ю.В. Сохоцкого в общую теорию аналитических функций // Историко-математические исследования. Выпуск 3. – М.: Наука, 1950. – С.399-406.

ОБЗОР РАЗВИТИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ В РОССИИ XX СТОЛЕТИЯ

И.В. Игнатушина

*Оренбургский государственный педагогический университет,
г. Оренбург*

Аннотация. В статье рассматриваются некоторые основные моменты развития дифференциальной геометрии в России XX столетия и рассказывается о тех ученых, которые сыграли важную роль в этом процессе.

Ключевые слова: дифференциальная геометрия, история математики в России.

Российская математика XX столетия характеризуется возникновением целого ряда крупных геометрических школ, объединяющих большие коллективы исследователей. Работы по дифференциальной геометрии представляют необычайное разнообразие направлений. Среди тем, привлекавших исследователей, назовем следующие: изгибание поверхностей, прежде всего изгибание на главном основании; проективно-дифференциальная теория конгруэнций и, в особенности, теория раскладываемых пар конгруэнций (здесь была создана не только проективная, но и метрическая теория); переход от классических методов Гаусса и Дарбу к методу внешних форм и подвижного репера Картана; тензорная дифференциальная геометрия; риманова геометрия и ее различные обобщения; вопросы геометрии «в целом» и др. [1–5]. Многочисленные конкретные результаты по дифференциальной геометрии, полученные отечественными математиками в указанный период, опираются на достаточно сложный аппарат и поэтому не могут быть здесь сообщены.

Примерно в середине 1920-х гг. в отечественной математике появилось и стало быстро развиваться новое дифференциально-геометрическое направление – тензорная дифференциальная геометрия. Развитие ее было вызвано потребностями физики, главным образом – теории относительности. Основателем и руководителем тензорной дифференциально-геометрической школы в СССР был **Вениамин Федорович Каган** (1869–1953) [6].

В 1892 г. В.Ф. Каган экстерном окончил Киевский университет. В 1894 г. он приехал в Петербург и приступил к сдаче магистерских экзаменов. Мощная Петербургская математическая школа оказала на него боль-

шое влияние. Направляемый А.А. Марковым, А.И. Коркиным и К.А. Поссе, В.Ф. Каган приобрёл глубокие знания по анализу и на всю жизнь сохранил любовь к алгоритмической математике. Однако в области своих геометрических изысканий, связанных с потребностью глубоко проникнуть в логические основы геометрии, он оставался на тот момент одинок. Друзей и единомышленников в этом направлении (И.В. Слешинского, С.О. Шатуновского и др.) Вениамин Федорович встретил позднее в Одессе, где в 1897 г. получил должность приват-доцента Новороссийского университета. Здесь он читал тензорное исчисление и геометрические дисциплины. В 1908 г. В.Ф. Каган защитил диссертацию на степень магистра чистой математики.

В 1922 г. В.Ф. Каган избирается профессором Московского университета и становится действительным членом Научно-исследовательского института математики и механики МГУ, созданного в 1923 г. Эта новая форма научного объединения резко повлияла на рост творческой продуктивности и подготовку многочисленной аспирантуры. Математики стали чувствовать, что их научная деятельность представляет государственное дело, успехи которого интересуют общественность. Организация института принесла с собой элементы планирования научной работы, а это во многом помогло созданию крупных математических направлений и проведению масштабных исследований.

В 1927 г. под руководством В.Ф. Кагана в МГУ был организован научный семинар по векторному и тензорному анализу, который издавал свой журнал «Труды семинара по векторному и тензорному анализу с их приложениями к геометрии, механике и физике». Издание это продолжает выходить и в настоящее время.

С 1933 по 1952 г. Вениамин Федорович заведовал созданной на механико-математическом факультете МГУ кафедрой дифференциальной геометрии.

В 1934 г. по инициативе В.Ф. Кагана в Московском университете была проведена первая международная конференция по тензорной дифференциальной геометрии и ее приложениям с участием крупнейших ученых. Она сыграла огромную роль в дальнейшем развитии этой области математики и на долгие годы определила ее основные научные направления.

С 1935 по 1950 г. Вениамин Федорович руководил отделом тензорного анализа и многомерной геометрии научно-исследовательского института математики в Москве. Некоторые результаты своего исследования по тензорной дифференциальной геометрии В.Ф. Каган опубликовал в большом двухтомном труде «Основы теории поверхностей в тензорном изложении» (1947–1948 гг.) [7]. Одним из направлений школы В.Ф. Кагана было применение методов тензорного анализа к решению задач классической дифференциальной геометрии поверхностей – сети Чебышева, одевание поверхностей [8]. Школа В.Ф. Кагана подготовила целую плеяду замеча-

тельных геометров: П.К. Рашевского, А.П. Нордена [9], В.В. Вагнера, Г.М. Шапиро, Я.С. Дубнова, А.М. Лопшица и др. [10]. П.К. Рашевский организовал научную школу в Москве, А.П. Норден – в Казани, В.В. Вагнер – в Саратове.

Почти одновременно со школой В.Ф. Кагана в Казани **Петром Алексеевичем Широковым** (1895–1944) была создана другая крупная школа тензорной дифференциальной геометрии.

Выпускник Казанского университета 1919 г. П.А. Широков был продолжателем математических традиций профессоров этого университета: Федора Матвеевича Суворова (1845–1911), Александра Васильевича Васильева (1853–1929) [11], Николая Николаевича Парфентьева (1877–1943). После сдачи магистерских экзаменов и защиты диссертации в 1923 г. он получил право преподавать на кафедре математики Казанского университета.

В 1933 г. Петр Алексеевич организовал геометрический семинар при Казанском университете. Благодаря этому, а также замечательным лекциям П.А. Широкова, из студентов университета выделилась группа геометров: Б.Л. Лаптев, А.З. Петров, И.П. Егоров, А.П. Заборская, П.И. Петров, В.Г. Копп, Г.С. Бархин и др. [12].

В послеоктябрьский период больших успехов достигла Московская школа классической дифференциальной геометрии, основанная ранее К.М. Петерсоном и Б.К. Млодзеевским. Наиболее выдающимся ее представителем того времени является **Сергей Павлович Фиников** (1883–1964).

После окончания Московского университета в 1906 г. Сергей Павлович был оставлен в нем для приготовления к профессорскому званию. В 1910 г. он сдал магистерские экзамены и стал приват-доцентом. В 1918 г. защитил магистерскую диссертацию, посвященную изгибанию поверхности на главном основании, и получил звание профессора. В 1925–26 гг. С.П. Фиников стажировался в Италии и Франции, где подружился с французским математиком Эли Жозефом Картаном (1869–1951). В трудах С.П. Финикова и Э.Ж. Картана теория подвижного репера была разработана до такой степени, что ее применение приобрело алгоритмический характер не только для исследования кривых и поверхностей, но и гораздо более сложных геометрических образов.

В 20-е гг. С.П. Фиников возглавил в Москве группу математиков, которая занялась изучением метода Картана, его приложениями и распространением на все более широкие области дифференциальной геометрии. Эта работа вылилась в организацию в 1933 г. семинара по классической дифференциальной геометрии, которым С.П. Фиников руководил в течение 30 лет. Его постоянными участниками были Г.Ф. Лаптев, Д.И. Перепелкин, С.В. Бахвалов, С.С. Бюшгенс, С.Д. Россинский, К.Н. Тихоцкий, В.М. Прокофьев, Н.И. Алексеев и др. На базе этого семинара выросла известная дифференциально-геометрическая школа

С.П. Финикова. В ней наряду с дифференциальной геометрией метрического пространства основным предметом исследований являлись проективно-дифференциальная геометрия, аффинная, конформная геометрия, иначе говоря, геометрия однородных пространств, т.е. пространств, обладающих фундаментальной группой.

В 1952–1964 гг. С.П. Фиников заведовал кафедрой дифференциальной геометрии Московского университета. Преподавал также в Городском университете им. Шанявского, Высшем техническом училище, Институте путей сообщения, Институте инженеров связи, Московском пединституте. Свой научный и педагогический опыт по преподаванию дифференциальной геометрии Сергей Павлович отразил в ряде учебников: «Теория поверхностей» [13], «Проективно-дифференциальная геометрия» [14], «Изгибание на главном основании и связанные с ним геометрические задачи» [15], «Дифференциальная геометрия. Курс лекций» [16]. Изданные им монографии объединили, упорядочили и сделали доступными многие результаты мировой геометрии, оформили соответствующие разделы науки. Его современники вспоминали о нем как о выдающемся воспитателе научной молодежи, «который привлекал ее не только своим талантом и глубоко содержательными лекциями, но и всей своей цельной личностью» [17, С. 290].

В XX столетии был создан новый раздел геометрии – дифференциальная геометрия «в целом». Само понятие геометрии «в целом» возникло из противопоставления геометрии «в малом», где геометрический образ исследуется в произвольно малой области, как это делается в классической дифференциальной геометрии. Геометрия «в целом» объемлет достаточно разнообразные задачи и пользуется также разнообразными методами. В ней применяются и чисто геометрические построения, и топология, и разные методы анализа, начиная от классических и кончая аппаратом общей теории меры и т.п. Поэтому дать общую характеристику ее развития в столь кратком обзоре весьма затруднительно. Здесь лишь отметим, что в отечественной математике указанного периода данное направление было широко представлено в научных школах *Александра Даниловича Александрова* (1912–1999) в Ленинграде, *Николая Владимировича Ефимова* (1910–1982) в Москве и *Алексея Васильевича Погорелова* (1919–2002) в Харькове.

Рассмотренные факты показывают, что отечественная дифференциальная геометрия в XX столетии достигла значительных успехов. Наши ученые-геометры внесли существенный вклад в отечественную и мировую науку.

Список литературы

1. *Александров П.С.* Геометрия // Математика и естествознание в СССР. Очерк развития математических и естественных наук за двадцать лет. – М.-Л., 1938. – С. 62–78.
2. *Васильев А.М., Норден А.И., Фиников С.П.* Дифференциальная геометрия // Математика в СССР за сорок лет 1917–1957. – М., 1959. – Т.1. – С. 899–924.
3. *Фиников С.П.* Дифференциальная геометрия трехмерного пространства // Математика в СССР за сорок лет 1917–1957. – М., 1959. – Т.1. – С. 861–882.
4. *Рашиевский П.К.* Тензорная дифференциальная геометрия // Математика в СССР за сорок лет 1917–1957. – М., 1959. – Т.1. – С.883–918.
5. *Александров А.Д.* Геометрия «в целом». С. 919–938 // Математика в СССР за тридцать лет 1917–1947. – М.-Л., 1948.
6. *Лопиш А.М., Рашиевский П.К.* Вениамин Федорович Каган. – М., 1969 – 44 с.
7. *Каган В.Ф.* Основы теории поверхностей в тензорном изложении. Ч. 1-2 – М., 1947–48. 407+520с.
8. *Александров П.С., Гнеденко Б.В., Степанов В.В.* Математика в Московском университете в XX в. (до 1940г.) // Историко-математические исследования.– М., 1948. Вып.1.– С.9–42.
9. Александр Петрович Норден, 1904–1993 / Ред. и сост. М.А. Малахальцев, В.В. Шурыгин. – Казань: Изд-во Казанского ун-та, 2002. – 40 с.
10. *Розенфельд Б.А.* Воспоминания о советских математиках // Историко-математические исследования. – М., 1995. – Вып. 36(1). – С.114–151.
11. *Бажанов В.А.* Александр Васильевич Васильев, 1853 – 1929: Ученый, организатор науки, общественный деятель. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 2002. – 32 с.
12. *Лаптев Б.Л.* Петр Алексеевич Широков // Петр Алексеевич Широков (человек и ученый). – Казань: Казанский фонд «Математика», 1995. – 90 с.
13. *Фиников С. П.* Теория поверхностей. – М.-Л., 1934. – 205 с.
14. *Фиников С. П.* Проективно-дифференциальная геометрия. – М.-Л., 1937. – 263 с.
15. *Фиников С. П.* Изгибание на главном основании и связанные с ним геометрические задачи. – М.-Л., 1937. – 176 с.
16. *Фиников С. П.* Дифференциальная геометрия. Курс лекций. – М.: МГУ, 1961.
17. *Васильева М.В.* Сергей Павлович Фиников (к столетию со дня рождения) // Историко-математические исследования.– М, 1985. – Вып.29. – С. 285–293.
- 18.

О ВКЛАДЕ А.Ю. ДАВИДОВА В РАЗВИТИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО СПОСОБА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ

Ю.В. Лобзина

*Орловский государственный университет,
г. Орёл*

Аннотация. Данная статья призвана на примере магистерской диссертации талантливого математика XIX века Августа Юльевича Давидова познакомить читателя с научно-исследовательским творчеством ученого, раскрывающим его вклад в развитие аналитической механики.

Ключевые слова: А.Ю. Давидов, ученый-математик, аналитическая механика, гидромеханика, теория равновесия тел.

15 декабря 2013 года исполняется 190 лет со дня рождения талантливого российского учёного-математика, механика, известного педагога и автора учебников математики, профессора Московского университета Августа Юльевича Давидова.

А.Ю. Давидов (15.12.1823 – 22.12.1885) родился в уездном городе Либава Курляндской губернии (в настоящее время Лиепая, Латвия). Начальное образование получил в семье под руководством отца Юлия Петровича Давидова, доктора медицины. В 1839 году семья Давидовых переехала в Москву, где юноша продолжил образование в Московском Воспитательном Доме. В 1841 году он стал студентом второго отделения философского факультета Московского университета, преобразованного впоследствии в физико-математический факультет; окончил университет в 1845 году с золотой медалью [3].

Еще в университете А.Ю. Давидов серьезно увлёкся аналитическими способами решения задач механики, работая под руководством опытного профессора механики Московского университета Николая Дмитриевича Брашмана. В область научных интересов молодого математика входила гидромеханика, в частности, ее задача по исследованию положений равновесия плавающего тела. Ученые в то время не могли решить проблему определения максимального числа положений равновесия тела. Так, например, в 1818 году французскому геометру Ф. Дюпену в своей научной работе «*Developpements geometriques*» удалось показать геометрический способ построения положений равновесия некоторых плавающих тел, но он не смог указать способ определения количества положений равновесия плавающего тела. В 1848 году 24-летний российский математик Август Юльевич Давидов, имеющий за плечами лишь курс Московского университета, внес значительный вклад в решение данного вопроса, используя для этого матема-

тический аппарат. Он подготовил научное сочинение «Теория равновесия тел, погруженных в жидкость», представляющее собой приложение математического анализа к исследованию закона Архимеда. Аналитический подход к решению вопроса обеспечил обширность результатов исследования российского математика.

«Теория равновесия тел, погруженных в жидкость» А.Ю. Давидова состояла из трех глав. В I главе исследования «*Условия равновесия тел, погруженных в жидкость*» учёный аналитически задал условия закона Архимеда и ввёл уравнение прямой сечения. Рассмотрев все возможные положения этой прямой, получил уравнения линии и поверхности сечения, а также уравнения линии и поверхности центров, позволяющих определить погружающуюся в жидкость часть тела, которая вытесняет вес жидкости, равный весу всего тела. В частности, исследуя цилиндрические и призматические тела, погруженные в жидкость при горизонтальных образующих, установил, что для цилиндров линиями центров являются соответствующие кривые второго порядка, для призм – поочередно выпуклые и вогнутые ветви гипербол или парабол. Причем он показал, что у любого выпуклого n -угольника, лежащего в основании призмы, линия центров состоит из $2n$ ветвей, соприкасающихся в вершинах [2].

Во II главе «*О положениях равновесия плавающих тел*» А.Ю. Давидов разработал «алгоритм» нахождения всех положений равновесия для тела определенной геометрической формы посредством изучения составленных в первой главе дифференциальных уравнений и выражений для линий и поверхностей сечения и центров. После определения линии сечения и линии центров ученый устанавливал количество положений равновесия рассматриваемого тела по числу действительных решений уравнений этих кривых. Для выделения конечного числа решений поставленной задачи, т.е. определения количества положений равновесия, А.Ю. Давидов подвергал анализу однородные тела с центром тяжести, расположенным на одной вертикальной прямой с центром тяжести вытесненной жидкости. В случае произвольного тела было доказано, что число положений равновесия бесконечно. Математический аппарат позволил А.Ю. Давидову разобрань сложные случаи установления положений равновесия для плавающих тел, ограниченных поверхностями второго порядка, и для трехгранной призмы, погруженной в жидкость, при негоризонтальных образующих. До выхода научной работы А.Ю. Давидова задача определения положений равновесия разрешалась лишь в отдельных частных случаях. Молодой математик А.Ю. Давидов исследовал вопрос о равновесии плавающего тела не только гораздо глубже своих предшественников в науке, но и «внедрил» действенный аналитический способ в его решение.

III глава «*О прочности равновесия плавающих тел*» посвящалась исследованию устойчивости положения равновесия плавающих тел и имела особую научную ценность ввиду того, что эта проблема была поставлена и

решена впервые. В этой главе ученый пришел к важным выводам о прочности равновесия плавающих тел. А.Ю. Давидов писал: «Как направление нормали из тяжести тела на поверхность центров определяет положение тела, погруженного в жидкость, так величина этой линии, содержащаяся между центром тяжести тела и поверхностью центров, служит признаком устойчивости или неустойчивости равновесия. Если эта линия менее наименьшего радиуса кривизны поверхности, то равновесие абсолютно прочно; если же она более наибольшего радиуса кривизны, то равновесие абсолютно непрочное» [2]. Для получения этих результатов А.Ю. Давидов также воспользовался общим аналитическим методом, пользу и предпочтительность которого всегда подчёркивал.

«Теория равновесия тел, погруженных в жидкость» произвела огромное впечатление на коллег А.Ю. Давидова. Так, известный математик XIX века А.В. Летников говорил следующее: «Едва ли в истории русской математической науки можно указать на другой подобный случай, в котором бы молодой 24-летний учёный являлся на научное поприще с учёным трудом равного достоинства. Теория равновесия плавающих тел развивается Давидовым в этом сочинении в изящной аналитической форме, и притом, не для частных случаев, как это делалось его предшественниками, а в надлежащей общности для тела произвольного вида» [1, с.40]. За данную научную работу А.Ю. Давидов получил степень магистра математических наук. Следует также отметить, что эта магистерская диссертация была высоко оценена академиками В.Я. Буняковским и М.В. Остроградским и удостоена Демидовской премии II степени [3].

Но такой успех и лестные оценки не только не ослабили, а скорее усилили собственное критическое отношение А.Ю. Давидова к своему вкладу в развитие аналитического способа решения задач гидромеханики. Он писал: «Три главы этого рассуждения далеко не исчерпывают всей теории плавающих тел, потому что полная теория должна бы содержать аналитические исследования малых качаний около прочного положения равновесия» [2]. Несмотря на такую самокритику, следует констатировать значительный вклад А.Ю. Давидова в развитие аналитического метода построения теории равновесия плавающих тел, принесшего ему первоначальную известность в научном отечественном и мировом сообществе и обеспечившем дальнейший успех в решении математических прикладных задач на научно-профессиональном поприще.

Список литературы

1. Воспоминания об А.Ю. Давидове // Известия общества любителей естествознания, антропологии и этнографии. 1887. – Т.51 (Приложение). С.40.
2. *Давидов А.Ю.* Теория равновесия тел, погруженных в жидкость. М.: Университетская типография, 1848.

3. Лобзина Ю.В. Август Юльевич Давидов (1823–1885). Монография. Орёл: ГОУ ВПО «ОГУ», 2010. – 300 с.

ЮБИЛЕЙНЫЕ И ПАМЯТНЫЕ ДАТЫ 2013 ГОДА

Р.А. Мельников

*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец, Липецкая обл.*

Аннотация. В статье приведён обзор юбилейных дат, связанных с именами известных отечественных математиков, а также педагогов-математиков, внесших немалый вклад в развитие математического образования в России. Даются краткие сведения о каждой персоне, содержащие обзор научных достижений и наиболее важных трудов.

Ключевые слова: математик, математик-педагог, специалист в области, основные труды, автор.

2013 год оказался весьма богатым на юбилейные даты многих известных отечественных математиков и деятелей математического образования.

Так, **190 лет** назад родился

Давидов Август Юльевич (1823-1885) – механик и математик-педагог; доктор чистой математики, профессор. Автор учебников по математике для средних и высших учебных заведений, которые выдержали десятки изданий: «Элементарная геометрия в объеме гимназического курса», «Начальная алгебра», «Руководство к арифметике», «Геометрия для уездных училищ», «Тригонометрия», «Собрание геометрических задач».

180 лет: Краевич Константин Дмитриевич (1833-1892) – преподаватель математики и физики в московских гимназиях; профессор, с 1856 г. – преподаватель в гимназиях, Горном институте, Морской академии Санкт-Петербурга. Автор учебника «Курс начальной алгебры» и задачника «Собрание алгебраических задач».

170 лет: Обреимов Василий Иванович (1843-1910) – математик-методист; автор трудов, в которых обобщил свой опыт преподавания математики: «Элементы арифметики», «Дополнительные статьи по курсу математики в V классе», «Метод и план преподавания математики в IV классе», «Математические софизмы», «Тройная головоломка». Известен как переводчик математической литературы, в частности перевел «Математические развлечения» Е. Люка (1883).

160 лет: Васильев Александр Васильевич (1853-1929) – математик, организатор математического образования; профессор Казанского университета, один из основателей и председатель Казанского физико-математического общества. Автор книг: «Из истории и философии понятия

о целом положительном числе», «Введение в анализ», «Целое число. Исторический очерк», «Николай Иванович Лобачевский: 1793-1856».

Глаголев Александр Николаевич (1853-1906) – математик-педагог; заведующий торговыми классами Московского общества распространения коммерческого образования. Составитель учебников по математике и задачников для средней школы по арифметике, алгебре и геометрии: «Элементарная геометрия», «Сборник геометрических задач на построение», «Элементарная алгебра», «Арифметика с коммерческими вычислениями и сборник задач».

Долбня Иван Петрович (1853-1912) – математик, исследователь теории эллиптических функций и абелевых интегралов. Более 20 лет преподавал математику в средних военных учебных заведениях Оренбурга и Нижнего Новгорода. Профессор кафедры математики, ректор Петербургского горного института. Одним из его учеников был Н.М. Крылов.

Забудский Николай Александрович (1853-1917) – ученый, специалист в области баллистики. Заслуженный ординарный профессор Михайловской артиллерийской академии. Автор труда «Теория вероятностей и применение ее к стрельбе и пристрелке».

Некрасов Павел Александрович (1853-1924) – математик, специалист в области теории вероятностей, философ. Профессор математики, ректор Московского университета, президент Московского математического общества. Автор трудов: «Линейные дифференциальные уравнения, интегрируемые посредством определенных интегралов», «Теория вероятностей», «Исчисление приближенных выражений функций весьма больших чисел», «Новые основания учения о вероятностях сумм и средних величин».

Фёдоров Евграф Степанович (1853-1919) – геометр, основоположник структурной кристаллографии, минералог; академик. Область научных интересов – математическая теория многогранников. Автор трудов: «Начала учения о фигурах», «Симметрия правильных систем фигур», «Основные формулы аналитической геометрии в улучшенном виде», «Правильное деление плоскости и пространства».

Шохор-Троцкий Семён Ильич (1853-1923) – математик-методист. Преподавал в частных женских гимназиях и институтах. Создал курс арифметики, построенный на основе целесообразно подобранных, постепенно усложняющихся задач («метод целесообразных задач»); разработал методику обучения арифметике совместно с геометрией и методику обучения математике индуктивно-лабораторным методом. Автор трудов: «Наглядность и наглядные пособия при обучении арифметике», «Методика арифметики» и др.

150 лет: Виноградов Сергей Петрович (1863-1927) – математик; ректор Московского промышленно-экономического института, профессор. Автор учебных пособий: «Интегрирование дифференциальных уравнений. Курс

лекций», «Основания теории детерминантов», «Интегрирование дифференциальных уравнений», «Курс прямолинейной тригонометрии», «Повторительный курс алгебры».

Граве Дмитрий Александрович (1863-1939) – математик и механик; профессор Киевского университета и Института народного хозяйства, член Украинской академии наук и почетный член Всесоюзной академии, создатель первой в России (в Киеве) алгебраической школы. Автор исследований в различных областях математики: «Теория групп», «Элементарный курс теории чисел», «Арифметическая теория алгебраических величин», «Элементы высшей алгебры», «Трактат по алгебраическому анализу» и др.

Крылов Алексей Николаевич (1863-1945) – механик и математик; академик, кораблестроитель. Автор трудов: «О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, имеющих приложения в технических вопросах», «Лекции о приближённых вычислениях». В книге «О расчёте балок, лежащих на упругом основании» ввел новые функции, которые позже стали называть функциями Крылова.

Лактин Леонид Кузьмич (1863-1927) – математик; профессор Дерптского и Московского университетов, ректор Московского университета. Автор учебных пособий: «Теория вероятностей», «Интегрирование дифференциальных уравнений», «Приложение дифференциального исчисления к геометрии», «Дифференциальное исчисление», «Курс теории вероятностей» и др.

Стеглов Владимир Андреевич (1863-1926) – математик и механик; вице-президент АН СССР, организатор и первый директор Физико-математического института РАН, названного после смерти В. А. Стеклова его именем. Область научных интересов - приложения математических методов к вопросам естествознания, математическая физика. Основные труды: «Основные задачи математической физики», «Основы теории интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений», «Уравнения с частными производными».

Тимченко Иван Юрьевич (1863-1939) – математик, механик, историк математики; профессор. Ректор Одесского политехнического института. Преподавал в вузах Одессы. Сотрудничал с журналом «Вестник опытной физики и элементарной математики». Автор учебных пособий: «Основания теории аналитических функций», «Введение в аналитическую геометрию».

140 лет: **Аммосов Алексей Митрофанович** (1873-1946) – математик-педагог, профессор. Преподавал в высших учебных заведениях России и Азербайджана и Грузии. Автор трудов по методике преподавания математики в средней и высшей школе.

130 лет: **Брусиловский Георгий Константинович** (1883-1950) – математик-педагог. Один из авторов двухтомного «Курса математики для индуст-

риальных техникумов» (соавтор - Гангнус Р.В.), в котором представлен опыт параллельного изложения элементарной и высшей математики.

Гангнус Рудольф Вильгельмович (1883-1949) – математик, автор школьных учебников по геометрии. В СССР (до Великой Отечественной войны) геометрию учили не по Киселеву, а по Гурвицу-Гангнусу. Один из авторов двухтомного «Курса математики для индустриальных техникумов» (соавтор – Брусиловский Г.К.). Был осуждён «за буржуазность его математики».

Лузин Николай Николаевич (1883-1950) – математик; доктор чистой математики, профессор; академик АН СССР. Автор монографий: «Курс теории функций действительного переменного», «Интеграл и тригонометрический ряд»; учебников «Дифференциальное исчисление» и «Интегральное исчисление» и др. Основатель (совместно с Д. Ф. Егоровым) Московской математической школы по теории функций действительного переменного.

120 лет: Репьев Виктор Васильевич (1893-1979) – математик-педагог, профессор. Автор трудов по методике преподавания математики в школе: «Методика тригонометрии», «Решение задач с помощью уравнений», «Очерки по общей методике математики», «Этюды по методике решения стереометрических задач на вычисление», «Общая методика преподавания математики», «Очерки по методике преподавания алгебры», «Очерки по методике преподавания геометрии», «Методика преподавания алгебры в восьмилетней школе» и др.

Фёдоров Владимир Семёнович (1893-1983) – математик, профессор. Один из учеников Н.Н. Лузина старшего поколения. Область научных интересов: теория аналитических функций. Автор трудов «Конформные преобразования плоских областей», «Аналитическая геометрия на плоскости».

Фиников Сергей Павлович (1893-1964) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Автор трудов: «Векторный анализ», «Курс теории рядов», «Проективно-дифференциальная геометрия», «Теория поверхностей»; учебников: «Дифференциальная геометрия»; учебных пособий «Аналитическая геометрия. Курс лекций», «Дифференциальная геометрия. Курс лекций».

110 лет: Ефремович Вадим Арсеньевич (1903-1989) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Специалист по геометрии (топологии). Автор трудов: «Очерк основных понятий топологии», «Элементы топологии», «Наглядная топология», «Геометрия близости» и др.

Колмогоров Андрей Николаевич (1903-1987) – математик, доктор физико-математических наук, профессор, академик. Был главным редактором журналов «Успехи математических наук», «Теория вероятностей и её приложения» и др. Область научных интересов: ТФДП, конструктивная логика, топология, механика, функциональный анализ, теория вероятностей, математическая статистика, теория случайных процессов и пр. Автор учебников по геометрии и алгебре и началам анализа для средней школы.

Купрадзе Виктор Дмитриевич (1903-1985) – математик, механик и государственный деятель, академик АН ГрузССР. Основные труды относятся к теории дифференциальных уравнений с частными производными, теории интегральных уравнений, математической физике и математической теории упругости, прикладной математике. Автор книги «Граничные задачи теории колебаний и интегральные уравнения».

Марджанишвили Константин Константинович (1903-1981) – математик, академик АН СССР. Работал в МИАН СССР им. В.А. Стеклова. Специалист в области аналитической теории чисел.

Марков Андрей Андреевич (1903-1979) – математик, доктор физико-математических наук, основоположник советской школы конструктивной математики. Сын известного русского математика А.А. Маркова. Автор сочинений: «О логике конструктивной математики», «Теория алгоритмов», «Элементы математической логики», «Лекции по математической логике» и др.

Персидский Константин Петрович (1903-1970) – математик, доктор физико-математических наук, профессор, академик АН Казахской ССР. Сфера научных интересов: теория устойчивости, теория бесконечных систем дифференциальных уравнений, теория вероятностей, интегральные уравнения. Автор монографии «Дифференциальные уравнения и устойчивость их решений в некоторых нелинейных пространствах».

Стратиллов Пётр Валентинович (1903-1994) – математик-педагог. Автор многих учебно-методических пособий: учебников по арифметике, задачника по тригонометрии; «Дополнительные главы к курсу математики».

Темляков Алексей Александрович (1903-1968) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Область научных интересов: интегральные уравнения, теория функций комплексного переменного, дифференциальные уравнения в частных производных, функциональный анализ.

Фещенко Степан Фёдорович (1903-1981) – математик, механик, доктор физико-математических наук, профессор. Один из авторов монографий: «Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений», «Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом».

Шапиро Генрих Михайлович (1903-1942) – математик, ученик В.Ф. Кагана. Автор учебника для высших педагогических учебных заведений «Высшая алгебра».

100 лет: Айзерман Марк Аронович (1913-1992) – ученый в области теории управления, доктор технических наук, профессор. Область научных интересов: теория автоматического регулирования и теория дифференциальных уравнений. Автор монографий: «Абсолютная устойчивость регулируемых систем», «Теория автоматического регулирования» и др.

Быков Яков Васильевич (1913-1988) – математик, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент АН Киргизской

СССР. Автор монографий: «О некоторых задачах теории интегро-дифференциальных уравнений», «О некоторых методах построения решений интегральных и интегро-дифференциальных уравнений».

Векуа Николай Петрович (1913-1994) – математик и механик, доктор физико-математических наук, профессор, академик АН ГрузССР. Автор монографий «Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений и приложения в механике», «Системы сингулярных интегральных уравнений и некоторые граничные задачи».

Волковыский Лев Израилевич (1913-1992) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Основные труды по ТФКП: «Квазиконформные отображения», «Обобщённые аналитические функции на замкнутых римановых поверхностях»; один из авторов популярного сборника задач по теории функций комплексного переменного.

Вулих Борис Захарович (1913-1978) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Сфера научных интересов: топология, геометрия, функциональный анализ, теория функций. Автор книг: «Введение в функциональный анализ», «Лекции по теории функций вещественной переменной (Мера и интеграл Лебега)».

Гельфанд Израиль Моисеевич (1913-2009) – математик, педагог, академик РАН, организатор математического образования. Основные труды по функциональному анализу, алгебре и топологии. Автор книг: «Лекции по линейной алгебре», «Алгебра», «Обобщенные функции и действия над ними», «Функции и графики: (основные приемы)» и др.

Коровкин Павел Петрович (1913-1985) – математик, доктор физико-математических наук, профессор, заслуженный деятель науки РСФСР. Область научных интересов: математический анализ, теория приближения. Автор книг: «Математический анализ», «Определенный интеграл и ряды», «Неравенства».

Очан Юрий Семёнович (р. 1913) – математик, автор учебных пособий «Сборник задач по математическому анализу: общая теория множеств и функций», «Математический анализ», «Сборник задач и теорем по теории функций действительного переменного», «Методы математической физики», «Сборник задач по методам математической физики» и др.

Рапопорт Илья Маркович (р. 1913) – математик, доктор технических наук, профессор. Автор монографии «О некоторых асимптотических методах в теории дифференциальных уравнений».

Родосский Кирилл Андреевич (1913-2004) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Область научных интересов: алгебра, теория чисел. Автор ряда учебных пособий по различным разделам алгебры. Автор монографии «Алгоритм Евклида».

Рыбников Константин Алексеевич (1913-2004) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Специалист по истории математики, методологии математики, комбинаторному анализу. Автор книг: «Ком-

бинаторный анализ. Задачи и упражнения», «Очерки истории математики», «Введение в комбинаторный анализ», «История математики», «Комбинаторный анализ. Очерки истории».

Сигалов Александр Григорьевич (1913-1969) – математик, доктор физико-математических наук, профессор, специалист в области вариационного исчисления. Автор работы «Вариационные задачи с допустимыми поверхностями произвольных топологических типов».

Соболев Владимир Иванович (1913-1995) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Один из авторов книги «Элементы функционального анализа» (соавтор – Л.А. Люстерник). На ее основе написан учебник по основам теории функций действительного переменного – «Краткий курс функционального анализа».

90 лет: Аквис Макс Айзикович (р. 1923) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Автор монографии «Эли Картан, 1869-1951» и учебного пособия для вузов «Тензорное исчисление».

Васильев Анатолий Михайлович (1923-1987) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Область научных интересов: геометрия. Основные результаты научных исследований связаны с построением общего метода исследования дифференциально-геометрических структур и его приложениями к изучению конкретных структур, отображены в монографии «Теория дифференциально-геометрических структур».

Владимиров Василий Сергеевич (1923-2012) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Автор монографий и учебников: «Уравнения математической физики», «Методы теории функций многих комплексных переменных», «Обобщённые функции в математической физике», «Академик В.А. Стеклов – учёный и организатор науки» и др.

Глушков Виктор Михайлович (1923-1982) – математик, специалист в области кибернетики, вычислительной техники и систем управления; академик АН СССР, вице-президент АН УССР. Автор монографий: «Алгебра. Языки. Программирование», «Топологические локально нильпотентные группы» и др.

Дезин Алексей Алексеевич (1923-2008) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Область научных интересов: уравнения в частных производных, функциональный анализ, математическая физика. Автор монографий: «Дифференциально-операторные уравнения. Метод модельных операторов в теории граничных задач», «Общие вопросы теории граничных задач» и др.

Киприянов Иван Александрович (1923-2001) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Специалист в области математического анализа и уравнений математической физики. Автор монографии «Сингулярные эллиптические краевые задачи».

Клиот-Дашинский Михаил Исаакович (1923-2000) – математик, специалист в области алгебры. Автор учебного пособия «Алгебра матриц и векторов».

Кудрявцев Лев Дмитриевич (1923-2012) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Член Европейской академии наук, член-корреспондент РАН, действительный член Академии педагогических и социальных наук, советник РАН в отделе теории функций МИАН им. В.А. Стеклова. Автор более двухсот научных и педагогических работ (монографий, учебников, учебных пособий и статей в научных журналах).

Лавров Святослав Сергеевич (1923-2004) – учёный в области прикладной математики, доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РАН. Автор монографий: «Лекции по теории программирования», «Введение в программирование».

Медведев Фёдор Андреевич (1923-1994) – историк математики, автор книг: «Очерки истории теории функций действительного переменного», «Развитие понятия интеграла», «Развитие теории множеств в XIX веке», «Ранняя история аксиомы выбора», «Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX века» и др.

Ожигова Елена Петровна (1923-1994) – математик, специалист в области теории чисел, истории математики и методологии науки. Автор книг «Развитие теории чисел в России», «Математика в Петербургской академии наук в конце XVIII – первой половине XIX в.», «Шарль Эрмит», а также биографий российских математиков (А.Н. Коркина, Е.И. Золотарева, Ф. Миндинга, В.И. Смирнова).

Позняк Эдуард Генрихович (1923-1993) – математик, доктор физико-математических наук, профессор, заслуженный деятель науки РСФСР. Один из авторов школьного учебника «Геометрия 7-11». Автор монографии «Дифференциальная геометрия: первое знакомство».

Севастьянов Борис Александрович (р. 1923) – математик, доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН. Труды по теории вероятностей, математической статистике и их приложениям, теории массового обслуживания, дискретные задачи теории вероятности.

Филиппов Алексей Фёдорович (1923-2006) – математик, доктор физико-математических наук, профессор. Автор книг «Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью», «Об устойчивости разностных уравнений», «Сборник задач по дифференциальным уравнениям», «Введение в теорию дифференциальных уравнений».

Шафаревич Игорь Ростиславович (р. 1923) – математик, доктор физико-математических наук, академик РАН. Автор книг «Теория чисел», «Основы алгебраической геометрии», «Лекции по высшей алгебре», «Алгебраическая геометрия», «Основные понятия алгебры», «Дзета-функция». Автор учебного пособия для школьников «Избранные главы алгебры».

Список литературы

1. Боголюбов А.Н. Математики. Механики. Биографический справочник (1500 биографий). – Киев: Наукова думка, 1983. – 639 с.
2. Бородин А.И., Бугай А.С. Биографический словарь деятелей в области математики. – Киев: Радянська школа, 1979. – 607 с.
3. Мельников Р.А. Юбилейные даты 2011 года // Материалы Международной научно-практической конференции «Проблемы математического образования: история, и современность», посвящённой 100-летию со дня рождения педагога-математика Владимира Львовича Минковского. – Орёл: ФГБОУ «Орловский государственный университет», 2011. – С. 10 – 13.
4. Мельников Р.А. Памятные и юбилейные даты 2012 года // Вестник ЕГУ им. И.А. Бунина. Выпуск 32.: Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). – Елец, 2012. – С. 47 – 51.

РАННИЕ ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ. МИХАЭЛЬ ШТИФЕЛЬ О БЕСКОНЕЧНОМ КОЛИЧЕСТВЕ ЧИСЕЛ НА ЕДИНИЧНОМ ОТРЕЗКЕ

Г.И. Синкевич

*Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет,
г. Санкт-Петербург*

Аннотация. Рассматривается рассуждение алгебраиста XVI века Михаэля Штифеля о бесконечном количестве рациональных и иррациональных чисел на единичном отрезке и его предвосхищение концепции действительного числа.

Ключевые слова: Штифель, действительное число, иррациональное число, множество чисел, XVI век.

XVI век принёс много перемен в жизнь народов Северной Европы. Мартин Лютер в одной из своих проповедей в 1522 году так описывал эти изменения: «Сколько ни читай всемирных хроник, не найдёшь ни в одной из её частей, начиная от Рождества Христова, ничего подобного тому, что произошло на протяжении этих последних ста лет» [1, с. 69].

Мощная волна Реформации возникла из гуманистических учений Возрождения. Новое мировоззрение, обращённое к внутреннему миру человека, признало действие мировых законов в малом и обыденном. Немецкий коссист Михаэль Штифель обращается к вопросу о количестве рациональных и иррациональных чисел на единичном отрезке.

Михаэль Штифель родился в 1486 или 1487 году в Эслинге (север Люксембурга). В юности вступил в монашеский орден августинцев. В этом же ордене состоял и Мартин Лютер, родоначальник Реформации, который в 1517 году опубликовал свои знаменитые 95 тезисов против папства. Штифель стал приверженцем Лютера и в 1521 (1522?) году покинул монастырь и перебрался в Виттенберг. После Лютер устроил его на место капеллана в одном дворянском поместье, а потом сельского священника.

Штифель стал проповедовать новое учение в разных районах Германии. Он заинтересовался изучением Библии с точки зрения нумерологии. Числа, встречающиеся в книге Даниила и в Откровении Иоанна, Штифель подверг анализу. Эти числа он заменял словами, буквы которых должны были соответствовать треугольным числам. Анализ имени папы Климента VII побудил его предсказать на 19 октября 1533 года конец света. Но предсказание не сбылось, и гнев крестьян, продавших скот за бесценнок, вынудил власти посадить Михаэля Штифеля в тюрьму на 4 недели [4, с. 25]. После этого Штифель начал серьезно заниматься изучением математики. Он читал Евклида (в обработках Кампано и Замберти), Пачоли, Кардано, Тарталью, Дюрера, Рудольфа, Ризе, Николая Кузанского.

В течение 10 лет Штифель напечатал 4 книги: 1544 год «Обобщённая арифметика» [5], 1545 год – «Немецкая арифметика», 1546 год – «Вычислительная книга по вельской и немецкой практике», 1553 год – обработка «Алгебры» Рудольфа, дополнения к которой, как заметил А.П. Юшкевич [4, с. 299], превосходят оригинальный текст.

Умер Штифель в 1567 году в Иене.

Традиционно Штифеля воспринимают как алгебраиста, коссиста. Но в его работах встречаются глубокие замечания, относящиеся и к другим разделам математики. Как отмечает Цейтен, Штифель глубоко чувствовал внутренние связи математики [4, с. 25].

Штифель впервые стал рассматривать отрицательные числа как числа, меньшие нуля, а положительные, как большие нуля [4, с. 103]. Дробные и иррациональные величины он начал называть числами. Он заметил соответствие между арифметической и геометрической прогрессиями. Например, Штифель приводит такую таблицу:

0	1	2	3	4	5	6
1	2	4	8	16	32	64

Здесь он указывает на то, что в обеих пропорциях каждый элемент является средним пропорциональным своих соседних [3, с. 39-40.]. Пятьдесят лет спустя Джон Непер положил эту идею соответствия в основу принципа логарифмов. Штифель сравнивает пропорции по скорости их роста. Рассматривает он также проблемы акустики, математические закономерности гармонии [3, с. 60-79].

У Штифеля удивительное геометрическое осознание числа. Штифель рассуждает о том, как целые, рациональные и иррациональные чис-

лах распределены относительно друг друга, то есть об их расположении на числовой прямой.

Обратимся к книге Штифеля 1544 года «Обобщённая арифметика» [5]. Обзор этой книги по главам дан Г.П. Матвиевской, но с акцентом на арифметические и алгебраические результаты [3, с. 148-157].

Рассмотрим подробно тот фрагмент, в котором Штифель устанавливает, что между двумя ближайшими целыми числами находится бесконечно много как дробей, так и иррациональных чисел¹⁹.

Первая глава второй части называется «Сущность иррациональных чисел» (De essentia numerorum irrationalium) [5, с. 103].

«Иррациональное число не может быть названо числом истинным, которое обладало бы точностью; оно известно, но не представимо как отношение чисел. Подобно тому, как бесконечные числа²⁰ не являются числами, так и иррациональные числа не являются числами, они скрыты во мраке бесконечности (infinitatis nebula).

Но давайте посмотрим последовательности, о которых я говорил: последовательность дробей между 2 и 3.

$$2\frac{1}{2}, 2\frac{1}{3}, 2\frac{1}{4}, 2\frac{3}{4}, 2\frac{1}{5}, 2\frac{2}{5}, 2\frac{3}{5}, 2\frac{4}{5}, 2\frac{1}{6}, 2\frac{5}{6}, 2\frac{1}{7}, 2\frac{3}{7}.$$

И так далее до бесконечности.

Последовательность, расположенная между 2 и 3.

$$\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt[3]{9}, \sqrt[3]{10}, \sqrt[3]{11}, \sqrt[3]{12}, \sqrt[3]{13}, \sqrt[3]{14}, \sqrt[3]{15}, \sqrt[3]{16}, \sqrt[3]{17}, \sqrt[3]{18}, \sqrt[3]{19}, \sqrt[3]{20}, \\ \sqrt[3]{21}, \sqrt[3]{22}, \sqrt[3]{23}, \sqrt[3]{24}, \sqrt[3]{25}, \sqrt[3]{26}, \sqrt[4]{17}, \sqrt[4]{18}, \sqrt[4]{19}, \sqrt[4]{20}, \sqrt[4]{21}, \sqrt[4]{22}, \sqrt[4]{23}, \sqrt[4]{24}, \sqrt[4]{26}.$$

И так далее до бесконечности²¹. В этих последовательностях нет движения, отметим, что здесь нет пропорциональности или закона прогрессии. Так определена эта последовательность²²» [5, с. 104].

Штифель показал, что множество рациональных и множество алгебраических иррациональных чисел на единичном отрезке бесконечно и счётно. Более того, его пример можно интерпретировать и как демонстрацию плотности этих чисел. В последнем примере мы видим последовательность, зависящую от двух аргументов. Иррациональное число Штифель понимает как бесконечную последовательность.

Прошло ещё 328 лет, и концепция действительного числа приобрела современную форму в работах Мере, Дедекинда, Кантора, и Гейне.

¹⁹ На этот фрагмент обратил внимание В. Венслав в своей книге [6, с. 82]. Приношу искреннюю благодарность В. Венславу за то, что он заинтересовал меня этим рассуждением Штифеля.

²⁰ Полагаю, что Штифель имеет в виду числа, обозначаемые бесконечным числом символов.

²¹ Обозначения современные, Штифель для обозначения корней разной степени использовал коссические знаки.

²² Перевод Г.И. Синкевич.

Список литературы

1. История Европы. Т. 3. От Средневековья к Новому времени. – М.: Наука, 1993. – 654 с.
2. История математики. Т. I. С древнейших времён до начала Нового времени. Под редакцией А.П. Юшкевича. – М.: Наука, 1970. – 351 с.
3. Матвиевская Г.П. Развитие учения о числе в Европе до XVII века / Г.П. Матвиевская. – Ташкент: Фан, 1971 г. – 231 с.
4. Цейтен Г.Г. История математики в XVI и XVII веках / Г.Г. Цейтен. М.-Л.: ГТТИ, 1933. – 430 с.
5. Stifelio M. Arithmetica Integra / M. Stifel. – Norimbergae. – MDXLIII. (1544 г.) – 327 p.
6. Więsław W. Matematyka i jej historia / W. Więsław. Opole, 1997. – 416 s.

ОЦЕНКИ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МАТРИЦЫ РЕШЕНИЙ

В.Е. Щербатых

*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец, Липецкая обл.*

Аннотация. Исследуется одна начально-краевая задача для специальной системы линейных уравнений в частных производных на $x \in \mathbb{R}_2^+$ при $t > 0$, описывающая малые движения вязкой стратифицированной жидкости в поле силы тяжести. Для получения равномерных по x оценок компонент решения оцениваем вначале отдельные элементы их. Ранее были получены оценки для $F_1^{ij}(x, t)$ (см.[1]).

Ключевые слова: интеграл, интегрирование, неравенство, оценка.

Рассматриваются интегралы вида

$$F_2^{ij}(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{e^{i\lambda(x_1 \cos \varphi + x_2 \sin \varphi) + \gamma_2 t}}{\sqrt{\frac{2\omega_0}{v} |\cos \varphi|}} \frac{B_{ij}(\lambda, \varphi, \gamma_2) d\lambda d\varphi}{(\gamma_1 - \gamma_2)(1 + \lambda^2)^{\sigma_{ij}\lambda}},$$

где

$$B_{ij}(\lambda, \varphi, \gamma) = \begin{pmatrix} \gamma \lambda^2 \sin^2 \varphi & \gamma \lambda^2 \sin^2 \varphi & g \lambda^2 \sin \varphi \cos \varphi \\ -\gamma \lambda^2 \sin \varphi \cos \varphi & \gamma \lambda^2 \cos^2 \varphi & -g \lambda^2 \cos^2 \varphi \\ -\frac{\omega^2}{g} \lambda^2 \sin \varphi \cos \varphi & \frac{\omega^2}{g} \lambda^2 \cos^2 \varphi & \lambda^2 \left(\frac{\omega^2}{g} + v \lambda^2 \right) \\ \lambda i \omega^2 \sin^2 \varphi \cos \varphi & \lambda i \omega^2 \sin \varphi \cos^2 \varphi & g i \lambda \sin \varphi \left(\frac{\omega^2}{g} + v \lambda^2 \right) \end{pmatrix}$$

$$\gamma_k = -\frac{\nu|s|^2}{2} + (-1)^k \sqrt{\left(\frac{\nu|s|^2}{2}\right)^2 - \omega^2 s_1^2 / |s|^2}, \quad k = 1; 2; \quad s_1 = \lambda \cos \varphi, s_2 = \lambda \sin \varphi.$$

Справедливо следующее

Утверждение. Для интегралов $F_2^{ij}(x, t)$ при $(i, j) \neq (4, 1), (3, 3), (4, 3), i = \overline{1, 4}; j = \overline{1, 3}$; при $\sigma_{ij} = 1$ справедливы следующие оценки при $t \rightarrow \infty$:

$$F_2^{ij}(x, t) = \begin{cases} O(t^{-2+\tau}) & \text{при } (i, j) = (1, 2), (2, 1), (2, 2); \\ O(t^{-1+\tau}) & \text{при } (i, j) = (1, 1), (1, 3), (2, 3), (3, 1), (3, 2); \\ O(t^{-3/2+\tau}) & \text{при } (i, j) = (4, 2), \end{cases}$$

где $\tau > 0$, а все оценки равномерны по $x \in R^2$.

При доказательстве оценок произвели замену переменной интегрирования $\lambda = \sqrt{2\omega_0 |\cos \varphi| / \nu} \cdot y$ и воспользовались неравенствами

$$\gamma_2 \leq (-2\omega_0^2 \cos^2 \varphi) / (\nu \lambda^2),$$

$$\lambda > \sqrt{2\omega_0 |\cos \varphi| / \nu}, \quad |\gamma_1 - \gamma_2| \geq \frac{\nu \lambda^2}{2} \sqrt{1 - \frac{\sqrt{2\omega_0 |\cos \varphi| / \nu}}{\lambda}}.$$

Список литературы

1. Щербатых В.Е. Об оценках некоторых типов интегралов // Вестник ЕГУ им. И.А. Бунина, Выпуск 11.: «Педагогика» (История и теория математического образования). – Елец, 2006г. – С. 363 – 367.

РАЗДЕЛ III.

ИСТОРИЯ, ТЕОРИЯ И СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ



ИСТОРИЯ РОССИИ СКВОЗЬ ПРИЗМУ РУССКОГО УЧЕБНИКА МАТЕМАТИКИ

*В.В. Асфиндиярова, А.А. Лопышев
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец, Липецкая обл.*

Аннотация. В статье речь идет о том, как в фабулах задач русских учебников математики отражались не только мировоззренческие установки автора учебника, но и характерные особенности культурной среды и государственных устоев той эпохи, в которой эти учебники создавались.

Ключевые слова: история математического образования, учебники математики.

Первым учебником по математике в нашей стране была «Арифметика» Леонтия Магницкого. С тех пор прошло более 300 лет, за которые наша страна не один раз пережила коренное изменение государственных устоев. И каждый раз это отражалось в учебниках школьной математики. Историю России условно можно проследить на примерах эпох, соответствующих определенному укладу жизни страны и запечатленных в учебниках математики. На эти удивительные параллели обратила внимание корреспондент В. Мусвик в своей статье, написанной ею по материалам интервью известного историка математического образования, академика Ю.М. Колягина [9]. Однако нам видится уместным уточнить и дополнить видение истории математического образования, представленное в этой статье.

Навигацкая. Русский учебник «Арифметика» Леонтия Магницкого появился на свет по госзаказу: стране были необходимы квалифицированные кадры для победы в Северной войне. Этих специалистов готовила открытая в 1701 году знаменитая Навигацкая школа, для которой и был написан учебник, опубликованный в 1703 году огромным по тем временам тиражом в 2400 экземпляров. В этой работе содержались знания по ариф-

метике, логистике, навигации, геодезии, практической геометрии и многим другим наукам. Анализируя задачи, предложенные автором учебника, можно получить немало сведений о ситуации в стране того времени.

Трем солдатам разделить 90 золотых, первому достоин взять на 4 месяца, второму на 3, а третьему на 2 месяца. Ведательно есть по колику которому достанется.

Дворянская. Учебник Магницкого прослужил русской школе вплоть до середины XVIII века. Самым известным автором учебников математики той эпохи был Н.Г. Курганов. Один из его учебников, «Генеральная арифметика, то есть всеобщий или полный числовник», представлял собой не просто сборник теории и задач по математике, а целую энциклопедию русской жизни, освещавшей все ее стороны.

У приезжего француза оценили богатство, худой баул с поношенным перуком в три алтына без полушки, а один баул в полтретья дороже перука. Впрошася цена каждой вещи [5, с.83].

Народная. Преобразования Николая I и реформы Александра II привлекли внимание к простому народу. В это время получил распространение учебник по арифметике для народных училищ Ф.И. Буссе.

В счастливое время правления Александра III вышли в свет учебники и задачники по арифметике А.Ф. Малинина и К.П. Буренина. Их учебники отличались от предыдущих, они являли собой так называемую золотую середину между догматическим и практическим подходами в построении курса арифметики. Эти учебные книги выдержали десятки изданий. Приведем из них несколько задач.

1. Некто роздал 45 коп. нищим, каждому по $4\frac{1}{2}$ коп. Сколько было нищих?

2. Богомолец отправился из Москвы в Троицкую Лавру в 9 часов утра и проходит в каждые три часа по $13\frac{1}{2}$ вёрст; в дороге он три раза отдыхал по 6 часов; от Москвы до Троицкой Лавры $60\frac{3}{4}$ вёрст. Когда он придет в Лавру?

Несколько позже, в конце 1880-х – начале 1890-х годов появились учебники по арифметике, алгебре и геометрии А.П. Киселева. По учебникам этого автора занимались более 30 лет, вплоть до революции 1917 года. Они претерпели множество переизданий, но многие и в наше время считают их лучшими русскими учебниками математики. В то время в стране активно развивалась экономика (всем известно об экономическом чуде России 1913 г.), и арифметические задачи соответствовали новым реформам.

1. Вексель в 5600 рублей уплатили за 5 месяцев до срока с учетом 6%. Какой сделан был учет по этому векселю и сколько по нему заплатили?

2. Император Александр I вступил на престол 12 марта 1801 года и скончался 19 ноября 1825 года. Сколько царствовал император Александр I?

Комплексная. После революции 1917 года советская власть решила, что страна не нуждается в предметном преподавании математики, и, следовательно, учебники ей не нужны. Вместо занятий дети должны были осваивать навыки всех предметов непосредственно на производстве, в трудовой школе, в рабочих и крестьянских коллективах. Программы стали строиться не по предметному, а по комплексному типу. Так, например, в комплексной теме «Знакомство со школой» для первого года обучения математическое содержание включало такие сведения:

«Счет.

Сколько всех классов в школе?

Пересчитайте ребят в своем классе. Разбейте на десятки. Сколько вышло десятков и сколько еще осталось?

Сколько часов мы занимаемся в школе? Сколько идет на переход из дома в школу и обратно? Сколько на обед? Сколько часов еще остается свободных?

Составьте перепись предметов в вашем классе. Сколько оказалось столов, стульев, парт, шкафов?

Один – много.

Учитель один, а ребят много.

Наша школа одна, а есть еще много других школ.

СССР – одно рабоче-крестьянское государство против многих других буржуазных государств.

Только настоящая рабочая партия – коммунистов, другие обманывают рабочих.

Коммунистов много, а Ленин – один.

Назови еще предметы, про которые можно сказать: один – много» [2, с.83].

Понятно, что на содержании подобных задач удержать дореволюционный уровень математического образования было нельзя, и он начал стремительно падать.

Социалистическая. Индустриализация 1930-х годов дала понять, что вырастить квалифицированных специалистов по комплексному принципу невозможно. В школы были возвращены учебники А.П. Киселева, но их содержание было обновлено. Они были переработаны, идеологически переосмыслены. Исчезла и конкретика из практических заданий, купцов заменили на рабочих, векселя – облигациями государственного займа. Но, несмотря на это, в учебниках можно было встретить задания о пособиях по безработице, о крестьянах, недомолотивших зерна, о женщинах, получающих за работу на два рубля меньше мужчин. Можно сказать, что в учебниках по математике того времени содержались сведения о реальных условиях жизни Советской страны.

После смерти Сталина в 1958 году было принято постановление «Об укреплении связи школы с жизнью». Нововведение, связывающее предмет математики с производственными нуждами, не прижилось. Каждый год создавались все новые учебники по алгебре и геометрии, а задачи в них наполнялись экономическим содержанием развитого социализма.

1. Если недобрать на каждом квадратном метре хлебного поля страны по одному колоску, то потери составят 1500 тыс. т зерна. Сколько железнодорожных составов по 50 вагонов в каждом потребовалось бы, чтобы перевезти это зерно, если каждый вагон вмещает 50 т зерна?

2. До реконструкции на ферме колхоза работали 60 доярок, которые обеспечивали 1200 коров. После реконструкции 20 операторов стали обслуживать 1680 коров. Во сколько раз увеличилось число коров, обслуживаемых одним человеком? На сколько оператор обслуживает больше коров, чем доярка?

Либеральная. Перестройка и реформы 1990-х гг. положили начало новой эпохе. Соответственно, сверху было принято решение об обновлении системы математического образования, как следствие, появились сотни новых учебников. Министерство образования России рекомендовало даже книги математических задач Г. Остера. Сам Г.Остер считает, что школьные задачи не должны служить средством для воспитания детей в духе чего бы то ни было, поэтому предложил свой альтернативный задачник. Насколько ему удалось реализовать эту идею, можно судить по предложенным им задачам.

1. Петрович гнал в день по 2 литра самогона и выпивал ежедневно по 1 литру. Через семь дней на квартиру к Петровичу нагрянул участковый капитан Кружкин, и они с Петровичем в один присест выпили 4 литра самогона. Сколько литров самогона осталось у Петровича на опохмелку?

2. В хулиганских действиях участвовало 5 комсомольцев и несколько молодых коммунистов. Сколько молодых коммунистов участвовало в мероприятии, если известно, что всего в нем участвовало 9 убежденных ленинцев?

Очевидно, что заложенную в фабулах этих задач идеологию нельзя назвать нравственной (сравним, например, с задачами о благотворительности и пожертвованиях из учебника А.Ф. Малинина и К.П. Буренина), но свобода теперь во всем – эти задачки издаются огромными тиражами наравне, например, с действительно достойными книгами авторского коллектива, возглавляемого ранее академиком А.Н. Тихоновым.

Несомненно, предложенная нами периодизация истории школьного отечественного математического образования (и история самой России) через призму математических задач не является совершенной. Однако нельзя не признать, что изменения в школьном математическом образовании нередко следовали за происходящими в стране событиями. И это отражалось на фабулах математических задач. Как справедливо отметил академик Ю.М. Колягин, о стабильности в России можно будет судить, только когда система образования, в частности математического, станет более устойчивой. Остается надеяться, что эта стабильность когда-нибудь наступит.

Список литературы

1. Буссе Ф.И. Руководство к арифметике для употребления в уездных училищах. – М.: Университетская типография, 1833. – Ч.1–2.

2. *Добровольский В.В.* Математика для городских школ первой ступени. Ч.1. – М.: Гос. изд-во, 1925. – 95с.
3. *Киселев А.П.* Арифметика. – М.: Учпедгиз, 1938. – 152с.
4. *Колягин Ю.М., Саввина О.А., Тарасова О.В.* Русская школа и математическое образование: Наша гордость и наша боль. Часть II. Первая половина XX века. – Орел: ООО Полиграфическая фирма «Картуш», 2007. – 243с.
5. *Курганов Н.Г.* Арифметика или числовик. – СПб.: Из-во Императорской Академии наук, 1791. – 103с.
6. *Магницкий Л.Ф.* Арифметика. Точное воспроизведение подлинника. – М.: П. Баранов, 1914.
7. *Малинин А.Ф.* Задачи для умственных вычислений. – Изд. 6-е. – М.: Издание книжного магазина В.В. Думнова, 1900. – 115с.
8. *Малинин А.Ф., Буренин К.П.* Руководство арифметики для гимназий. – Изд. 2-е. – М.: Издание бр. Салаевых, 1868. – XII, 245 с.
9. *Мусвик В.* Среднерусское арифметическое // Коммерсантъ ВЛАСТЬ, 2003. С.61–63.
10. *Саввина О.А.* «Малининская эпоха в истории русского учебника математики» Ч.1 // Математика в школе. – 2013. – №3. – С.66–75.
11. *Остер Г.* Противные задачи. – М.: Независимая газета, 1992.

«РЕПРЕССИРОВАННЫЕ» ШКОЛЬНЫЕ УЧЕБНИКИ²³

В.М. Бусев

*Научная педагогическая библиотека им. К.Д. Ушинского,
г. Москва*

Аннотация. Цель настоящей статьи – на примере «биографии» одного из учебников показать, как была устроена жизнь в раннее советское время: как было принято вести публичную дискуссию (а правильнее было бы сказать, атаку на оппонента); как в угоду чьим-то интересам одни факты широко освещались, а другие замалчивались; как в одночасье из уважаемого человека можно было превратиться во врага народа.

Ключевые слова: история школы и образования в России, учебник геометрии Ю.В. Гурвица и Р.В. Гангнуса.

Из истории школы 1920–1930-х гг.

В истории отечественной школы и математического образования был интереснейший период, время поисков и находок, когда по-иному стали смотреть на цели, содержание и методы обучения, на место ученика и

²³ Статья впервые опубликована в журнале «Математика в школе» (2008, № 10). В данном сборнике публикуется с согласия автора повторно с сокращениями и небольшим дополнением (см. сноску 17)

учителя в учебном процессе. Это время – первая треть XX века. Движение за гуманизацию образования, за реформу содержания обучения, зародившееся в Европе и Америке во второй половине XIX в., дошло и до России. В первые годы XX века в педагогическом сообществе обсуждались идеи связи школы с жизнью (вплоть до построения трудовой школы), дифференциации обучения, демократизации жизни школы, обновления содержания школьных предметов.

Все это было в большой мере усвоено большевиками и им сочувствующими: Н.К. Крупской, А.В. Луначарским, П.П. Блонским и др. Еще в 1917 г. *П.П. Блонский* в работе *«Задачи и методы новой народной школы»* писал:

«Мы должны самым решительным образом отвергнуть проклятое обособление школы от жизни и вернуться к античному пониманию школы как школы жизни, выработки определенного поведения, определенных привычек. В народной школе ребенок должен, прежде всего, не обучаться теоретическим знаниям, но учиться жить».

Придя к власти, большевики решили воплотить этот лозунг в жизнь – разрушить старую «схоластическую школу учебы» и построить вместо нее подлинно демократическую «школу жизни», которая получила название единой трудовой школы. Были отменены оценки, экзамены, учебники, Закон Божий, введено совместное обучение мальчиков и девочек, предоставлена значительная свобода учителям (в составлении программ на местах, выборе методов обучения и т.д.).

Эти изменения, однако, несильно повлияли на жизнь массовой школы. Многие учителя не приняли столь радикальных идей и по-прежнему учили по старым учебникам, ориентировались на старые программы и практиковали в основном словесные методы обучения. Поэтому руководство Наркомпроса (Народного комиссариата по просвещению) решило провести радикальную реформу школы. В 1923–1924 гг. вышли новые программы для начальной школы. Во вводной записке к программе 1924 г. говорилось: «В основе программы лежит изучение трудовой деятельности людей, на основе которой развивается общественная жизнь и сущность которой состоит в подчинении природы потребностям человека» [6].

В этой же программе отмечалось: «Усвоение навыков речи, письма, чтения, счета и измерения должно быть теснейшим образом слито с изучением реальных явлений, и не должно быть в школе арифметики и русского языка как отдельных предметов».

Эти соображения продиктовали составителям программ способ построения учебного материала: отныне темы стали изучаться не на отдельных предметных уроках, а комплексно – по трем направлениям: *Природа, Труд и Общество*. Соответственно и учебный материал в программах делился на три одноименные части²⁴.

²⁴ Так, при изучении темы «Осенние работы в деревне» учащиеся должны были изучить созревание плодов и овощей (природа), поработать в поле и огороде (труд), сравнить производительность разных огородов в своей деревне и выяснить причины, по которым один из огородов оказался самым производительным (общество). Что касается математики, то она плохо вписывалась в эту концепцию, математический материал встречался изредка в рамках отдельных комплексных тем.

Комплексные программы стали краеугольным камнем в развитии советской школы 1920-х гг. Несмотря на заложенный в них развивающий потенциал, стимулирование творчества учителя и ученика в школе программы так и не прижились. Довольно скоро стало понятно, что, изучая комплексные темы, нельзя научить математике и письму – они должны преподаваться как отдельные предметы. Идеологи комплексных программ какое-то время сопротивлялись правде жизни; только через несколько лет они признали, что необходимо выделять значительное время для приобретения навыков в письме и счете (до 50% всего учебного времени). Но главное заключалось в том, что многие учителя понимали задачу увязывания разных дисциплин в одно целое слишком упрощенно. Например, при изучении темы «Рынок» давали ученикам задачу на вычисление площади рынка, а в теме «Отопление» рассматривали задачу на подсчет кирпичей, из которых сложена печь в школе, хотя ни одна, ни другая задача не имели подлинного отношения к жизни.

В начале 1930-х гг. ситуация только ухудшилась. Тогда был взят курс на политехнизацию школы, связь школы с жизнью понималась как участие детей в жизни завода или колхоза. Школьники работали у станков, принимали участие в посевной кампании, боролись с прогулами рабочих, пьянством и т.п. Учеба, которая и раньше в школах шла далеко не везде удовлетворительно, окончательно отошла на задний план. Результат не заставил себя долго ждать. Так, в одном из отчетов тех лет отмечалось: «...в Азове [Северо-Кавказского края] некоторые учащиеся, оканчивающие 9 - летки, не знают сложения простых дробей, перевода русских мер в метрические; окончившая педтехникум в заявлении на работу сделала полтора десятка ошибок на 12 строчках...» [8].

Ясно, что долго так продолжаться не могло. В 1920-е гг. неудачи реформ списывали в основном на плохие материальные условия, и реформаторам все сходило с рук. Начало 1930-х гг. – совершенно иное время и в политическом, и в экономическом отношении. Масштабная индустриализация и коллективизация, нарастающий культ личности не прощали ошибок и требовали от системы образования не экспериментов, а воспитания убежденных строителей социализма, хорошо подготовленных теоретически и практически и способных к дальнейшему обучению в техникумах и вузах. Новый курс на форсированное развитие страны, жестко проводимый И.В.Сталиным, быстро дал результаты – после ряда постановлений ЦК ВКП(б) всего за несколько лет школа была приведена в порядок: успеваемость повысилась, учителя стали лучше готовиться к урокам, администрация почувствовала свою ответственность за результаты работы школы. Были восстановлены переводные и выпускные испытания (экзамены), вновь введены оценки, созданы стабильные учебники по всем предметам.

А теперь речь пойдет об учебнике по геометрии для средней школы авторов *Ю.О. Гурвица и Р.В. Гангнуса (Систематический курс геометрии. Ч. 1. Планиметрия. Ч. 2. Стереометрия, 1933).*

Рукопись этого учебника появилась спустя всего три месяца после постановления ЦК ВКП(б) «Об учебниках для начальной и средней школы», сам учебник был отрецензирован в журнале «Учебно-педагогическая литература» (в № 8 и № 10 за 1933 г.). В целом учебник, авторы которого старались придерживаться традиционного подхода в последовательности изложения курса геометрии, получил одобрение, хотя рецензенты высказали ряд замечаний методического характера.

К учебнику было издано методическое пособие для учителя в двух частях, редактором которого стал известный впоследствии методист И.К. Андронов. Вероятно, именно его участие повлияло на содержание пособия: в пособии имеется много исторических вставок, в ряде случаев даны современные определения (по Гильберту).

Критика нового учебника

Учебник Гурвица и Гангнуса не подвергался критике вплоть до 1936 г. (заметим, что весной 1935 г. на Всесоюзном совещании преподавателей математики, судя по опубликованному сборнику докладов, ни слова не было сказано о его недоброкачественности). Но уже в конце 1936 г. этот учебник раскритиковали ученые-математики, а через несколько месяцев критика вылилась на страницы общей и методической прессы. Главным рецензентом был молодой математик *Л.Г. Шнирельман*. В статье «Нужна срочная замена учебников», вышедшей в журнале «Высшая школа» (в № 2 за 1937 г.), он указал на очевидные просчеты, касающиеся логики построения курса (так, измерение отрезков излагалось авторами после измерения площадей), некоторые математические ошибки (например, в книге без всяких уточнений говорилось, что параллелограмм не имеет осей симметрии), показал несостоятельность теории измерения величин в учебнике. Единственный выход из сложившегося положения Л.Г. Шнирельман видел в замене авторов учебника.

В «Резолюции группы математики Академии наук», опубликованной в том же номере, учебник был назван неграмотным. Предлагалось изъять его уже с нового учебного года, заменив на время каким-нибудь старым учебником (после его надлежащего редактирования). Наркомпросу же группа математики рекомендовала «произвести расследование всех обстоятельств, при которых в качестве стабильного учебника по геометрии были утверждены книги Гангнуса и Гурвица».

На этом «дело школьных учебников» не закончилось, напротив, оно только разгоралось. В течение 1937 г. критические статьи появились в «Правде» (номер от 4.03.37 г.), «Успехах математических наук» (вып. 3), «Математическом просвещении» (вып. 11–13). К упомянутой выше резолюции присоединились и другие математики. Ее поддержало собрание сотрудников института им. В.А. Стеклова, математический комитет Наркомпроса РСФСР и Московское математическое общество. Содержание и тон всех постановлений, принятых в отношении учебника геометрии

Ю.О. Гурвица и Р.В. Гангнуса, примерно одинаковы: он признается безграмотным и халтурным.

Резолюции лишь констатировали неудовлетворительное качество учебника, не указывая на то, почему учебник следует признать «безграмотным». По-настоящему серьезная и детальная критика была опубликована в журнале «Математика в школе» (в № 1 за 1937 г.). Рецензент – педагог *И. Кастровицкий* – сформулировал 70 пунктов, в каждом из которых указал на ошибки или недочеты в тексте учебника. Многие из них касаются языка учебника и терминологии. Некоторые фразы показались рецензенту не имеющими смысла. Вот типичный пример.

«В окружающей нас обстановке мы встречаем самые разнообразные поверхности, форма которых определяется формой тела», – пишут авторы учебника. «С таким же “правом”, – замечает И. Кастровицкий, – можно было бы говорить о том, что форма тела зависит от его поверхности».

Рецензент указывает на некоторые (далеко не все) случаи нарушения терминологии (например, в учебнике не различаются понятия «биссектриса угла» и «биссектриса треугольника»). Кроме того, многие понятия («аксиома», «теорема», «следствие» и др.) изложены в книге слишком туманно, что может привести к неверному их толкованию.

И. Кастровицкий приводит немало примеров, свидетельствующих о наличии в учебнике серьезных логических ошибок.

Так, в учебнике есть утверждение «из двух хорд окружности меньшая дальше отстоит от центра, и обратно, большая хорда окружности ближе к центру». Очевидно, имелось в виду «обратно: хорда, расположенная дальше от центра, меньше».

Другой пример. Авторы говорят, что условие $13^2 > 9^2 + 4^2$ является необходимым условием существования тупоугольного треугольника. Но треугольник со сторонами, длины которых выражаются числами 4, 9 и 13, вообще не существует.

Кастровицкий сформулировал также ряд замечаний методического характера, касающихся, в частности, расположения материала. Так, в некоторых местах учебника соответствующее понятие используется еще до того, как вводится его определение. Отметим, что в рецензии учебник Гурвица и Гангнуса не характеризуется как «безграмотный», «халтурный» и т.д. Автор лишь указывает на недостатки книги.

К тому, что написал И. Кастровицкий, можно добавить следующее. Строя курс геометрии вполне традиционно, авторы, однако, иногда уходят от привычной терминологии элементарной геометрии. Например, углы, сумма которых равна $2d$ (двум прямым углам), они называют «пополнительными», а вертикальные углы – «противоположными». Замены привычных терминов были сделаны неслучайно, о чем говорится в изданном к учебнику пособии для учителей [1].

В учебнике наблюдается также путаница в понятиях (так, отрезок, луч, прямая иногда отождествляются авторами). Формулировки некоторых определений звучат непривычно сложно, а сами определения часто опираются на никак ранее не определенные или хотя бы поясненные понятия.

К примеру, смежные углы определяются так: это два прилежащих угла, у которых одна сторона общая, а две другие стороны противоположного направления и составляют одну прямую. При этом прилежащие углы – это углы, которые имеют общую сторону и не покрывают друг друга. Авторы пользуются понятиями «направление» и «покрытие» одного угла другим, не разъясняя смысла, который в них вкладывают.

Приведенные неточности и ошибки отнюдь не исчерпывают всех недостатков учебника, а лишь дают представление о наиболее типичных из них.

Следует также сказать, что методические пособия для учителей, написанные Ю.О. Гурвицем и Р.В. Гангнусом к своим учебникам, также подверглись критике, хотя и не столь массовой. В сборнике «Математическое просвещение» (в № 12 за 1937 г.) была опубликована рецензия некоего *Л. Лютина* (возможно, это псевдоним). В отличие от И. Кастровицкого ее автор не делает попытки обстоятельного разбора книги. Приводя отдельные примеры, не характеризующие книгу в целом, он клеймит пособие: «...авторы имеют наглую претензию стать законодателями математической терминологии», «перед нами совершенно беспардонная халтура» и т.п. Рецензент упрекает авторов в том, что они уделили недостаточно внимания понятиям прямой и обратной теоремы, не понимают различия между физическим и геометрическим телом, мало пишут о трудных темах курса: теории длины окружности и площади круга, вопросах несоизмеримости.

Старый учебник на новый лад

Многочисленные критики добились своего: в 1938 г. учебник Гурвица и Гангнуса был заменен на известный дореволюционный учебник А.П. Киселева (в переработке математика Н.А. Глаголева). Но и последний подвергся критике в журнале «Математика в школе» (№ 2, 3, 6 за 1939 г.). Уже со стороны учителей – за игнорирование методики и программных требований. Так, один из учителей писал:

«...С первых же дней работы в школе оказалось, что пользоваться переработанным учебником очень трудно. Во-первых, материал в учебнике не соответствует программе средней школы не только по своему размещению, но и по фактическому материалу... Вторая трудность, возникающая при пользовании новым учебником, состоит в том, что распределение материала в учебнике не способствует упрощению доказательств многих теорем, а наоборот, усложняет доказательства для ученика, начинающего изучать стереометрию» [5].

Назывался еще один недостаток: учебник оказался не согласован с задачником, и это сильно затрудняло решение задач на первых уроках стереометрии. По мнению педагога, попытка избежать указанных трудностей

обернется на практике тем, что ученикам придется писать под диктовку учителя, а это потребует много времени.

Другой учитель высказался более определенно:

«Переработанный проф. Н.А. Глаголевым учебник геометрии Киселева необходимо по возможности скорее заменить хотя бы другим учебником Киселева (изд. 1923 г. или другое) – это мнение многих преподавателей средней школы. Переработка ухудшила учебник и создала целый ряд затруднений при преподавании геометрии. Сухость языка, смешение стилей двух авторов, а главное, несоответствие содержания переработанного учебника программам и стабильным задачникам – все это делает учебник неприемлемым в качестве стабильного» [3].

Помимо отзывов учебник геометрии получил как минимум две развернутые рецензии [2], [7].

Рецензент-педагог *Т. Песков* критикует учебник за игнорирование связей геометрии с жизнью. Это проявляется, в частности, в изложении измерения длин отрезков: в учебнике рассмотрен способ нахождения общей меры отрезков с помощью алгоритма Евклида, который в практической жизни никто не использует. Основная критика направлена на методическую сторону учебника: в нем недопустимо велико число обратных теорем (без них можно обойтись), неудачно выбран пример задачи на построение для иллюстрации всех этапов решения задачи на построение (в решении используется дополнительное построение, что является лишней трудностью). Отмечается, что некоторые утверждения, касающиеся длин окружности, не обоснованы. Наконец, неудачными признаны некоторые определения.

Вот пример. Наклонная к прямой – это общая сторона двух смежных углов, другие стороны которых лежат на этой прямой, в том случае, когда смежные углы не равны. Перпендикуляр определяется аналогично с той лишь разницей, что смежные углы теперь равны. Было бы проще определить сначала перпендикуляр как прямую, составляющую прямые углы с данной прямой, а потом дать понятие о наклонной как о прямой, образующей острый и тупой углы с данной прямой.

О том, что происходило на уроках геометрии, *Т. Песков* написал так:

«Опытные преподаватели, пользуясь различными учебниками геометрии, вносят свои коррективы в неудачные места учебника, но многие преподаватели принуждают учеников 6 класса заучивать наизусть приведенные выше мудреные определения, что граничит с издевательством над школьниками, но в этом виноваты не преподаватели».

В итоге рецензент пришел к выводу: учебник не пригоден для школы и призвал организовать конкурс с привлечением в качестве экспертов учителей.

В рецензии педагога *Я. Герцеништейна* учебник рассмотрен с научной точки зрения. Рецензент приводит определения, сформулированные некорректно.

Например, апофемой правильного многоугольника в учебнике называется радиус вписанной в него окружности, что неверно: апофемой называется не всякий радиус, а только проведенный в точку касания. Биссек-

трисой угла треугольника назван отрезок прямой, делящей угол пополам, но не указано, где должен находиться конец отрезка.

Много внимания уделено путанице в терминологии, связанной с отрезком, прямой и лучом, вызванной, по словам рецензента, «неряшливостью языка». Например, в учебнике говорится, что луч – это прямая, ограниченная с одной стороны, что диагональ многоугольника – это прямая, и т.д.

Замечания рецензента состоят из 55 пунктов и посвящены большей частью научной стороне учебника, практически ничего не сказано о методических недостатках. Вывод Я. Герценштейна аналогичен выводу Т. Пескова: учебник нельзя давать в руки учащимся, он нуждается в фундаментальной переработке.

Интересно отметить то, как проходила критика стабильного учебника геометрии Киселева. Если учебник Гурвица и Гангнуса в 1937 г. был подробно проанализирован на страницах журнала «Математика в школе», то ничего подобного не произошло с учебником геометрии в переработке Н.А. Глаголева. Редакция журнала ограничилась небольшими статьями, критиковавшими методические особенности учебника, а не его научную сторону, хотя соответствующие обстоятельные рецензии были даны. Их авторы – Т. Песков и Я. Герценштейн – в разное время публиковались в журнале, поэтому трудно предположить, что обе рецензии были написаны «просто так», для себя, скорее всего они предлагались авторами к публикации. Но опубликованы не были, причины чего нетрудно понять.

Главным аргументом математиков при критике учебника геометрии Ю.О. Гурвица и Р.В. Гангнуса был низкий научный уровень учебника. Оказалось, переработанный учебник геометрии А.П. Киселева в этом отношении не намного лучше прежнего. Таким образом, все учительское и, что более важно, математическое сообщество увидело бы, что математики, так уверенно критиковавшие авторов учебников 1933 г., сами не в состоянии справиться с задачей написания (точнее, редактирования) учебника. Ясно, что этого никому не хотелось.

Почему учебник Гурвица и Гангнуса оказался плохим?

Возвращаясь к учебникам геометрии Гурвица и Гангнуса, попробуем понять, почему все-таки они дали повод к столь жесткой критике, чем были обусловлены ошибки, содержащиеся в них? Для этого, в частности, следует обратиться к профессиональным биографиям самих авторов.

Юлий Осипович Гурвиц родился в Москве в 1882 г. в семье служащего. Окончил Петропавловское мужское училище, затем, в 1907 г., физико-математический факультет Московского университета, после чего стал преподавать математику в частных учебных заведениях. Принимал участие в работе Московского математического кружка, присутствовал на II Всероссийском съезде преподавателей математики (1913 г.).

С первых дней Октябрьской революции Ю.О. Гурвиц стал заведующим одной из школ г. Москвы. В 1919–1922 гг. являлся организатором и заведующим отделом социального воспитания Городского районного от-

дела народного образования, затем был выдвинут в Московский отдел народного образования (МОНО). Преподавал математику на рабфаках им. К.А. Тимирязева и им. В.И. Ленина, на рабфаке при НКВД.

С 1935 г. и до конца жизни Ю.О. Гурвиц работал учителем в школе № 175 Свердловского района. Одновременно с приходом в среднюю школу начал свою педагогическую деятельность в высшей школе: работал в Московском инженерно-строительном институте, в Вечернем рабочем институте им. И.В.Сталина, в Московском областном педагогическом институте, в Московском учительском институте, в Государственном педагогическом институте им. В.И.Ленина.

Рудольф Вильгельмович Гангнус родился в 1883 г. в семье рабочего стекольного завода в Тальсенском уезде Курляндской губернии. Окончил гимназию в Риге и физико-математический факультет Московского университета (в 1910 г.). С 1906 г. преподавал сначала в реальном училище, а позже в двух московских гимназиях. Участвовал в работе II Всероссийского съезда преподавателей математики (1913 г.).

С 1917 г. был председателем школьного совета 17-й трудовой школы, инструктором МОНО и Наркомпроса, затем – заведующий Отделом Снабжения Наркомпроса, заместитель управделами Коминтерна, проректор III Московского Практического института народного образования. С 1922 г. преподавал на рабфаках им. М.Н. Покровского и им. В.И. Ленина, с 1932 г. – на рабфаке ОГПУ. Вел методическую работу по составлению программ для рабфаков, участвовал в съездах работников просвещения.

Легко заметить, что жизненные пути педагогов весьма схожи: оба окончили гимназию и университет, преподаватели математику в разных учебных заведениях и на рабфаках, занимали управленческие должности в Наркомпросе и Московском отделе народного образования. Добавим, что Ю.О. Гурвиц и Р.В. Гангнус являлись авторами не только первого стабильного учебника, но и авторами пособий для учащихся рабфаков. Неграмотные взрослые – специфический контингент, а рабочая книга – своеобразный жанр учебной литературы. Очевидно, между стабильным школьным учебником и рабочей книгой есть ощутимая разница. Создание каждого пособия требует знания аудитории, ее запросов и возможностей, что предполагает длительное погружение в соответствующую ученическую среду. Гурвиц и Гангнус более 10 лет преподавали на рабфаках, читали лекции и писали для учащихся рабфаков книги. И вот теперь они должны написать совершенно иную учебную книгу, рассчитанную на школьников. Очевидно, что эта задача очень сложная, и справиться с ней (тем более, в короткий срок), не имея в этом деле опыта, трудно.

Обратим внимание на то, что учебник геометрии 1933 г. появился не на пустом месте, в его основу легли материалы брошюр, издававшихся в конце 1920-х гг. Главполитпросветом для взрослых, обучающихся заочно (автор брошюр – Р.В. Гангнус), а также геометрическая часть рабочих книг по математике, выпущенных в 1931 г. (один из авторов – Ю.О. Гурвиц).

Надо сказать, в 1920-е гг. никто серьезно не рецензировал учебники и пособия, а если делал это, то рецензии не имели большого влияния: учебники и пособия все равно издавались и переиздавались. Вероятно, такое невнимание к школьным учебникам и пособиям частично было обусловлено отсутствием квалифицированных рецензентов. Но главной причиной является общее невнимание руководителей системы народного образования к проблеме учебника. Только к 1924 г. большевики осознали, что без учебников школа жить не может, и стали предпринимать какие-то действия в направлении их создания. Действия эти к успеху не привели, что во многом объясняется наличием комплексных программ: требовалось создать новый тип учебника, пригодный для преподавания по ним, но все ограничилось только разговорами. Отметим, что по математике был создан ряд новых учебников, написанных методистом А.М. Воронцом, однако учебники эти в школе не прижились.

В начале 1930-х гг. с учебниками дело обстояло еще хуже. В 1930 г. было решено создавать краевые учебники для начальной школы, которые издавались бы самостоятельно каждой областью или краем (авторы – местные педагоги). Для средней школы требовалось написать «рабочие книги», которые учитывали бы связь школы с сельскохозяйственным или фабрично-заводским производством. Времени на создание учебников было мало, но они появлялись. Однако и тогда не было предварительной широкой апробации учебников, отсутствовала система квалифицированного рецензирования.

Таким образом, главная причина неудовлетворительного качества учебника Гурвица и Гангнуса заключается не столько в авторах, сколько в той общей ситуации хаоса и цейтнота, сложившейся в системе образования к началу 1930-х гг.²⁵ Немало людей в этой атмосфере сделали карьеру, немало людей сложили головы, и часто не по своей вине.

Такие разные человеческие судьбы...

Как уже отмечалось, всего через четыре года после появления на свет учебник был изъят из школы, и о нем быстро забыли. А как же сложилась судьба его авторов, редактора методического пособия для учителей И.К. Андропова и главного критика Л.Г. Шнирельмана?

²⁵ Ныне, в 2013 г., это утверждение кажется автору не вполне верным. Ответственность за утверждение учебника в качестве стабильного, безусловно, лежит на тех лицах, которые его в таком качестве утвердили; ответственность за содержание учебника лежит на его авторах. И руководство Наркомпроса, и авторы учебника не были достаточно компетентны; первые — в том, что не смогли обеспечить квалифицированную экспертизу учебника (если это было невозможно, можно было по аналогии с алгеброй взять учебник геометрии А. П. Киселева), вторые — в том, что создали некачественное учебное пособие.

Ни то, ни другое, однако, нельзя признать основанием для развёртывания агрессивной критики, очевидно чреватой серьезными последствиями для критикуемых людей. Вероятно, наиболее приемлемыми способами разрешения ситуации могли бы стать или замена учебника Ю.О. Гурвица и Р.В. Гангнуса «по-тихому» на учебник геометрии А.П. Киселева, или его переработка кем-то из профессиональных математиков (например, по результатам спланированной конструктивной дискуссии на страницах журнала «Математика в школе», начатой якобы учителями, которые «заметили» недостатки учебника).

Ю.О. Гурвиц продолжал преподавать. В школе, где он работал, учились дети высшей партийной элиты. В 1943 г. Гурвиц получил звание заслуженного учителя школ РСФСР, в 1944 г. был награжден значком «Отличник просвещения». Умер он в 1953 г.

Р.В. Гангнус был арестован в 1938 г. и осужден за якобы имевшую место контрреволюционную агитацию и пропаганду. И находясь пять лет в лагере, и поселившись после освобождения в Муроме, он продолжал преподавать математику. Умер Р.В. Гангнус в 1949 г.

Л.Г. Шнирельман в 1938 г. покончил с собой (причины этого поступка не выяснены до сих пор).

Список литературы

1. Гангнус Р.В., Гурвиц Ю.О. Геометрия. Методическое пособие для учителей. Ч. I. Планиметрия. – М.: Учпедгиз, 1934.

2. Герцештейн Я. Рецензия на учебник А.П.Киселева «Геометрия», под ред. и с доп. проф. Н.А. Глаголева. Там же. Д. 1264. Л. 115–139.

3. Голубев В.В. Об учебниках по математике // Математика в школе. – № 6. – 1939.

4. Гурвиц Ю.О., Гангнус Р.В.. Систематический курс геометрии. – Ч. 1. Планиметрия. Ч. 2. Стереометрия. – М.: Учпедгиз, 1933.

5. Могильницкий А. Об учебнике стереометрии для средней школы // Математика в школе. – № 2. – 1939.

6. Новые программы единой трудовой школы первой ступени. – М.: Работник просвещения, 1924.

7. Песков Т. Об учебнике геометрии Киселева. Научный архив РАО. Ф. 15. Оп. 1. Д. 1290. Л. 46–56.

8. Реализация постановления ЦК ВКП(б) «О начальной и средней школе на местах» // Бюллетень Наркомпроса РСФСР. – № 43. – 1931.

К ВОПРОСУ О НЕОБХОДИМОСТИ И ВОЗМОЖНОСТИ РАЗВИТИЯ ВЕРОЯТНОСТНОГО СТИЛЯ МЫШЛЕНИЯ СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

С.Н. Дворяткина
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец, Липецкая обл.

Аннотация. Статья освещает проблему необходимости и возможности использования потенциала вероятностно-статистических дисциплин в формировании инварианта общекультурной компетентности, в частности, развития вероятностного стиля мышления у студентов технических и гуманитарных направлений.

Ключевые слова: стиль мышления, вероятностный стиль, процесс обучения математике, общекультурные инварианты.

Особенностью современной парадигмы образования является развитие и саморазвитие субъекта, духовно-нравственное воспитание, совершенствование межличностных отношений, следовательно, на первый план выходит развивающая функция образования. В этой связи возникает проблема поиска путей, методов и средств активизации психических процессов и познавательной деятельности обучаемых. Особенно остро ставятся вопросы развития мышления. Для успешного осуществления познавательной и, как следствие, профессиональной деятельности необходимо усвоить нормы стиля мышления и следовать им.

Рассматривая эволюцию стилей мышления, Ю.В. Сачков выделяет три этапа методологического основания видения мира [1]:

1. *Жестко детерминистический стиль мышления* (ориентирован на фиксацию простых однозначных отношений, причинно-следственных связей, исключает параметры времени и случайности).

2. *Вероятностный стиль мышления* (расширил рамки возможных областей познания от детерминации к неопределенности и неоднозначности, от простых отношений до закономерностей в сложных системах, включая все случайное разнообразие).

3. *Кибернетический стиль мышления* (осуществляет количественную оценку информации, способы ее передачи при использовании ЭВМ для познания высокоорганизованных систем).

Стиль мышления **в математике** исследуется на основе работ широко известных ученых: Г.Вейля, С.С. Демидова, А.Н. Колмогорова, Л.Д. Кудрявцева, А.А. Столяра, А.Я. Хинчина и др. Историк и математик С.С. Демидов под стилем мышления в математике понимает «совокупность математических средств и идей, характерных для работ какого-либо математика, математической культуры (если речь идет о временах достаточно от нас удаленных), школы или направления» [2].

О том, как мыслят математики, писал и академик А.Н. Колмогоров: «Искусство последовательного, правильно расчлененного логического рассуждения является существенной стороной математического стиля мышления» [3, с. 2]. Особенное значение имеют высказывания математика и педагога А.Я. Хинчина о стиле мышления. «Утвердившийся в той или иной науке стиль мышления не является, как можно было думать, только внешним и потому второстепенным фактором, имеющим лишь эстетическую ценность и не могущим поэтому существенно влиять на развитие данной науки. Напротив, стилем мышления в значительной степени определяется отчетливость теоретических связей, простота и ясность научных конструкций, наглядная конкретность понятий и многое другое, от чего в свою очередь зависят эффективность, плодотворность научных дискуссий

и научного преподавания, а вместе с тем и темпы науки» [4, с.139]. Далее он выделяет характерные признаки математического стиля мышления:

1) «доведенное до предела доминирование логической схемы рассуждения...»;

2) «...лаконизм, сознательное стремление всегда находить кратчайший, ведущий к данной цели логический путь, беспощадное отбрасывание всего, что не абсолютно необходимо для безупречной аргументации»;

3) «...четкая расчлененность хода аргументации»;

4) «скрупулезная точность символики» [5, с. 141-144].

А.Я. Хинчин придавал особое значение формированию стиля мышления в профессиональном образовании. Он отмечает: «Если усвоение некоторых черт математического мышления способно облагородить мыслительный стиль и в других областях знания и практической деятельности, сделать этот стиль более мощным и продуктивным орудием мысли, то очевидно, что не следует пренебрегать использованием уроков математики для приучения молодых умов к постепенному усвоению этих черт, к тому, чтобы они, эти черты, стали прочными навыками их мышления» [5].

Стиль мышления специалиста должен соответствовать стилю мышления эпохи, современной научной картине мира, которая формирует базовые понятия и знания о системно-структурных особенностях изучаемых современной наукой объектов, об их пространственно-временных характеристиках, особенностях взаимодействия материальных объектов и т.д. Таким образом, особенностями современного стиля мышления являются нелинейность, системность, фундаментальность междисциплинарных знаний, общепрофессиональные умения применять эти знания в ситуации неопределенности, действия случайных факторов, профессиональная мобильность, взаимодействие гуманитарного и естественнонаучного знания (диалог культур), высокая нравственность, творческая активность, информационная культура. Именно этому должен соответствовать стиль мышления специалиста XXI века.

Являясь фундаментальной наукой и базой для становления холистических идей, теория вероятностей вносит свой вклад в создание современной научной картины мира, формирования целостного мировоззрения молодого поколения и занимает уникальное положение в системе математического знания, так как она представляет содержательную интеграцию в рамках понятийной, мировоззренческой, деятельностной и концептуальной форм. Вероятностно-статистические методы являются неотъемлемым элементом социогуманитарных и технических наук и находят в этих областях все более широкое применение. Значимость и актуальность вероятностно-статистических концепций определяется не только умелым использованием теоретико-вероятностных методов и идей в профессиональной деятельности, но и широким воздействием на познавательную сферу: от формирования современного вероятностного стиля мышления до глубокого понимания

сложноорганизованных систем и современного концептуального видения мира. Выдающийся вклад в развитие теории вероятностей и математической статистики, в распространение вероятностных методов на самые различные области науки и техники внесли ученики крупнейшего ученого-математика Н.Н. Лузина – А.Н. Колмогоров, А.Я. Хинчин, А.А. Ляпунов.

Получив ряд выдающихся результатов в области теории вероятностей, создав аксиоматику науки о случае, являясь неоспоримым лидером в этой области и считая ее русской национальной наукой со времен Чебышева и А.А. Маркова, А.Н. Колмогоров любил повторять: «Мы имеем, по крайней мере, одно весьма серьезное преимущество – владеем вероятностным мышлением». Он никогда не эксплицировал эту мысль, ее надо было понимать в зависимости от ситуации, в которой она произносилась. Его коллега, математик В.В. Налимов, пишет: «Мне кажется, что разговор о вероятностном мышлении относится не столько к развитию самой математики (теория вероятностей такая же математическая дисциплина, как и все другие), сколько к использованию математики для вероятностного описания внешнего мира, минуя тот жесткий детерминизм, в который западная культура была погружена изначально. Естествоиспытатель, обращенный к вероятностно-статистическим представлениям, начинает мыслить иначе, чем это было традиционно принято» [6].

Проведенный анализ позволил прийти к заключению, что в процессе преподавания высшей математики возможно и необходимо развитие вероятностного стиля мышления. Под **вероятностным стилем мышления** мы понимаем индивидуальную систему интеллектуальных стратегий, способов, приёмов, принципов, форм, идей вероятностно-статистического описания и познания закономерностей окружающего мира. Данная система обеспечивает использование математических методов на основе:

- сочетания модальностей восприятия и первичного усвоения учебного материала;
- активизации взаимодействия логического и интуитивного типов мышления;
- интеграции логических и вероятностных форм мышления;
- качественного обогащения мыслительных операций через формирование системных знаний.

Отвечая на вопрос о необходимости и возможности развития ВСМ, приходим к выводу, что ключ к осознанию специфичности модели мироздания, его строения, эволюции и познания состоит в осмыслении вероятностных понятий и методов. Вероятностно-статистические знания позволяют сформировать высокий уровень развития стохастической культуры как части профессиональной культуры специалиста и общей культуры личности. Нами разработана структурно-компонентная модель ВСМ, которая создает определенную научную и практическую платформу для реализации управляемого развития мышления студентов. В соответствии с ней

выстраивается целостная педагогическая система развития ВСМ студентов в процессе обучения математике на основе диалога естественнонаучной и гуманитарной культур, реализуемая посредством применения созданной технологии обеспечения градационного развития ВСМ с практическим внедрением в учебный процесс операционального ядра в виде авторской адаптивной обучающей системы задач [6]. Видение ВСМ в качестве эталона профессионального мышления реализует новые требования, предъявляемые к современным специалистам в структуре общекультурных и профессиональных компетенций, согласно ФГОС ВПО третьего поколения.

Список литературы

1. Сачков Ю.В. Эволюция мышления в естествознании // Вопросы философии. – 1968. №4. – С. 70-81.
2. Демидов С.С. Стиль и мышление: еще раз о конфронтации двух столиц // Стили в математике: социокультурная философия математики; под ред. А.Г. Барабашева. – СПб.: РХГИ, 1999. – 552 с.
3. Колмогоров А.Н. О системе основных понятий и обозначений для школьного курса математики // Математика в школе. – 1971. – №6. – С. 2–3.
4. Хинчин А.Я. Педагогические статьи: Вопросы преподавания математики. Борьба с методическими штампами. – М.: Комкнига, 2006. – 208 с.
5. Налимов В.В. Канатоходец. – М.: Изд. Группа «Прогресс», 1994. – 456 с.
6. Дворяткина С.Н. Развитие вероятностного стиля мышления в процессе обучения математике: теория и практика: Монография. – М.: ИН-ФРА-М, 2013. – 272 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЕРСОНАЛИСТИЧЕСКОГО КОМПОНЕНТА ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ВОСПИТАТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Ю.А. Дробышев, И.В. Дробышева
Финансовый университет при Правительстве РФ
Калужский филиал,
г. Калуга, Калужская обл.

Аннотация. В статье представлен авторский подход к подготовке будущего учителя к реализации воспитательных задач средствами истории математики.

Ключевые слова: персоналистический компонент, история математики, теория воспитания, подготовка будущего учителя.

Анализ компонентов истории математики с точки зрения их воспитательного потенциала позволяет выделить в качестве основных персоналистический, этноматематический и краеведческий компоненты. Возможность и эффективность использования материала этих компонентов для решения воспитательных задач в первую очередь определяется подготовленностью преподавателя математики. Остановимся более подробно на подготовке учителя к использованию персоналистического компонента для решения воспитательных задач.

Подготовку будущего учителя к такой работе [1] мы предлагаем осуществлять в рамках курсов теории и методики обучения математике и истории математики, педагогики или курса по выбору.

В рамках курса педагогики читается лекция «Персоналистический компонент истории математики как средство гражданского и нравственного воспитания учащихся».

В ходе лекции рассматриваются вопросы:

1. Элементы персоналистического компонента истории математики.
2. Формы нравственного и гражданского воспитания учащихся на основе персоналистического компонента истории математики.
3. Средства нравственного и гражданского воспитания учащихся на основе персоналистического компонента истории математики.

Заключительный этап лекции связан с обсуждением и формулировкой тематики учебно-исследовательских проектов. Это поисковые проекты, связанные с анализом жизни и творчества ученых математиков в целях использования соответствующих фактов для решения задач нравственного и гражданского воспитания учащихся. Студентам для выполнения предлагаются такие темы проектов, как «Жизнь и творчество А.Д. Александрова как пример высокой гражданственности и нравственности», «К.Э. Циолковский и Н.И. Лобачевский – ученые, опередившие время». Основной целью выполнения данных проектов является формирование умений студентов по отбору персоналистического материала, обладающего гражданским и нравственно значимым потенциалом. Отчет по выполнению проектов должен включать: список печатных и электронных источников с указанием информации, полученной из них; краткие биографические сведения об ученом (даты жизни, место рождения, родители, их социальное положение, места учебы и работы, должности); основные научные достижения ученого; факты из жизни и творчества ученого, характеризующие его жизненную позицию, нравственные качества.

После этого предлагается провести серию семинарских занятий на темы: «Методы и формы нравственного и гражданского воспитания учащихся на основе персоналистического компонента истории математики», «Содержание персоналистического компонента истории математики как средство гражданского и нравственного воспитания учащихся», «Учебные

материалы и средства нравственного и гражданского воспитания историко-математического содержания».

Первое занятие является логическим продолжением лекции. Основная его цель состоит в формировании умений по отбору персоналистического материала, обладающего гражданским и нравственно значимым потенциалом, и установлении эффективных форм воспитательной работы на его основе. Для достижения этой цели студентам предлагаются три группы заданий. В заданиях первой группы требуется из предложенных фрагментов историко-математического материала, представленного в различных формах, выбрать те, которые могут быть использованы для решения поставленной задачи воспитательной работы с учащимися заданной возрастной группы. В заданиях второй группы требуется из материалов, описывающих жизнь и деятельность ученого, выбрать те, которые могут быть использованы для решения различных задач нравственного и гражданского воспитания. В заданиях третьего вида предлагается для материалов, выделенных при выполнении заданий второй группы, определить наиболее эффективную форму их использования.

Второе занятие направлено на приобретение студентами опыта публичной защиты выполненных проектов; приобретение студентами опыта экспертизы результатов исследования; расширение фактологических знаний, связанных с содержанием персоналистического компонента истории математики.

Результатом обсуждения проектов является определение места использования представленных в проектах историко-математических сведений в учебной и внеклассной работе, адекватных им форм и средств нравственного и гражданского воспитания учащихся, учебных материалов историко-математического содержания, которые должны быть разработаны. Для решения этих задач формулируется тематика двух следующих групп проектов: конструктивные проекты по созданию учебных материалов и средств воспитания историко-математического содержания, необходимых для решения задач нравственного и гражданского воспитания учащихся на уроках математики и во внеклассной работе с учетом различных возрастных групп учащихся; методические проекты, связанные с проектированием внеклассных мероприятий, фрагментов уроков, направленных на решение задач нравственного и гражданского воспитания, в том числе средствами персоналистического компонента истории математики. Фактологическим материалом, используемым при разработке проектов двух данных групп, является материал, полученный студентами при выполнении поисковых проектов второй группы.

На первой части третьего занятия повторяются и систематизируются знания студентов о формах и средствах, используемых при осуществлении нравственного и гражданского воспитания учащихся, их классифи-

кации в зависимости от места проведения воспитательной работы (на уроках, внеклассных мероприятиях).

Вторая часть занятия посвящена созданию учебных материалов и средств воспитания историко-математического содержания, используемых в воспитательных целях как на уроках математики, так и во внеклассной работе, определению целей, места и условий их использования на уроках математики и во внеклассной работе.

Отчет о выполнении проекта должен включать: содержание текстов бесед, рассказов, экскурсов, очерков, задания, вопросы, сценарии мероприятий (игр, викторин, конкурсов), текстов и экспонатов экскурсий, в том числе виртуальных, разработанных студентами в целях нравственного и гражданского воспитания учащихся; цель использования разработанных учебных материалов и средств воспитания; условия использования разработанных материалов на уроках математики и во внеклассной работе.

На втором семинарском занятии на эту тему осуществляется защита выполненных конструктивных проектов. Результатом данного занятия является расширение историко-математического портфолио студентов об учебных материалах и средствах воспитания историко-математического содержания. Кроме того, на данном семинарском занятии продолжается работа, направленная на формирование у студентов умений по экспертизе и оцениванию выполненных проектов.

Список литературы

1. Дробышев Ю.А. Содержание историко-математической подготовки будущих учителей математики // Педагогический журнал Башкортостана, 2010. – №4 (29). – С.207– 218.

ОБ АКТУАЛЬНОСТИ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ ЭКОНОМИСТОВ К ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

С.Ю. Дробышева

*Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского,
г. Калуга*

Аннотация. В статье представлены результаты анализа подготовки студентов вузов, обучающихся по направлению «Экономика», к педагогической деятельности как одному из видов профессиональной деятельности.

Ключевые слова: профессиональная деятельность, педагогическая деятельность, подготовка студентов-экономистов.

Реализация ФГОС высшего профессионального образования как по программам бакалавриата, так и по программам магистратуры по различ-

ным направлениям подготовки, в том числе по направлению «Экономика», предполагает, что одним из видов профессиональной деятельности, к осуществлению которого должен быть готов выпускник вуза, является педагогическая.

Однако анализ основных образовательных программ (далее – ООП), разработанных вузами по данному направлению подготовки, показывает, что в них, с одной стороны, педагогическая деятельность выделена в качестве формируемой, указаны задачи, которые должны для этого решаться, а с другой стороны, совокупность подлежащих изучению дисциплин, в которую не включены дисциплины психолого-педагогической и методической направленности, не обеспечивает их решения. Кроме того, анализ рабочих учебных программ по дисциплинам, представленным в ООП подготовки и входящим в гуманитарный, социальный и экономический, естественно-математический и профессиональный циклы, также позволяет сделать вывод об отсутствии направленности изучения этих дисциплин на подготовку студентов к педагогической деятельности.

Анкетирование студентов 2-3 курсов, обучающихся по программам бакалаврита по направлению «Экономика», подтверждает вывод об отсутствии у них знаний, умений, необходимых для осуществления педагогической деятельности.

Таким образом, подготовка будущих бакалавров и магистров по направлению «Экономика» к будущей педагогической деятельности является актуальной проблемой, связанной с реализацией ФГОС ВПО.

Анализ основных образовательных программ обучения в аспирантуре по экономическим специальностям, составленным на основе федеральных государственных требований к их структурам, также показывает, что в значительной их части игнорируется подготовка к педагогическому виду деятельности.

Следствием указанных факторов является то, что зачастую не только выпускники вузов, но и кандидаты наук, завершившие обучение в аспирантурах, успешно защитившие кандидатские диссертации и пришедшие работать в учреждения профессионального образования, испытывают трудности в процессе обучения студентов. С одной стороны, они обладают достаточным уровнем специальных знаний и умений, навыками в их применении для решения профессиональных задач, способностью к исследовательской деятельности, а с другой – не владеют современными технологиями и методиками обучения, знанием психологических особенностей студентов определенной возрастной группы. Данное противоречие очевидным образом сказывается на качестве образовательного процесса и его результатах.

Таким образом, требуется разработать такой подход к системе подготовки в экономических вузах, и в частности к обучению математике, реализация которого обеспечивала бы подготовку студентов-экономистов к педагогической деятельности.

ПОИСКОВЫЕ УМЕНИЯ В ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО РЕШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Г. Г. Ельчанинова

*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец, Липецкая обл.*

Аннотация. В ходе вузовской подготовки у студентов – будущих учителей математики – развивается ряд умений, среди которых особо выделяются *профессионально значимые умения*. К таким умениям мы относим предметные учебные умения, связанные с выполнением математической деятельности в связи с содержанием школьной программы, в частности, элементарной математики, и имеющие профессиональную педагогическую окраску.

Ключевые слова: профессионально значимый, содержательные возможности, осуществление поиска решения математической задачи.

Процессы, происходящие в современном обществе, являются причиной того, что к человеку предъявляются требования, согласно которым он обязан выступать в своей профессиональной деятельности не только как исполнитель, но и как творец, способный самостоятельно принимать решения и отвечать за них. Соответственно, в современной системе профессионального образования особое внимание должно уделяться формированию системы знаний и умений, наличие которых положительно повлияет на обеспечение эффективной и отвечающей потребностям общества профессиональной деятельности специалиста.

Практически все умения, формируемые в педагогическом вузе (учебные, организационные, специальные (предметные), педагогические и др.), имеют профессиональную окраску. Однако из них можно выделить такие, которые явно проявляются в процессе обучения и воспитания учащихся. Мы называем их профессиональными. Те, которые являются базой осуществления различных видов профессиональной деятельности, но не всегда явно в ней проявляются, мы обозначим как профессионально значимые умения. Они носят двойственный характер (образовательный и профессиональный) и должны быть сформированы ещё в вузе, при обучении студентов. Профессионально значимые умения учителя математики связаны с различными сторонами выполнения педагогической деятельности и, как и знания, могут быть предметными, методологическими и методическими. Мы считаем, что такие умения должны обладать свойствами обобщённости, переносимости и быть личностно значимыми для студента.

Содержательной зоной наиболее эффективного развития у студентов профессионально значимых умений мы считаем задачи элементарной математики. Задачи по элементарной математике играют особую роль, так

как именно к ней относится большее число рассматриваемых в школьном обучении задач [1, с. 58].

Если рассматривать профессионально значимые (предметные) умения применительно к решению таких задач, то целесообразно классифицировать их в соответствии с этапами решения задачи.

Л.М. Фридман [4, с. 34] выделяет следующие этапы решения задачи: 1. Анализ задачи. 2. Схематическая запись задачи. 3. Поиск способа решения задачи. 4. Осуществление решения задачи. 5. Проверка решения задачи. 6. Исследование задачи (выяснение того, при каких условиях задача вообще имеет решение, сколько различных решений в каждом конкретном случае, при каких условиях задача не имеет решения). 7. Формулирование ответа задачи. 8. Познавательный анализ решения задачи (выяснение – нет ли другого, более рационального способа решения, нельзя ли задачу обобщить, какие выводы можно сделать из решения).

Эта последовательность этапов решения адекватна как алгоритмическим, так и неалгоритмическим задачам, хотя при поиске решения алгоритмической задачи некоторые этапы могут отсутствовать, некоторые могут быть объединены или свёрнуты. При поиске же решения неалгоритмических задач указанные этапы допускают разворачивание, изменение последовательности, циклическое повторение, дополнение.

Предметом нашего рассмотрения является только умение осуществлять поиск решения таких задач. Это основной этап деятельности по решению задачи. Поиск – это деятельность, которая характеризуется объективностью, точностью, доказательностью, воспроизводимостью. Поиск включает в себя, во-первых, реализацию методов научного познания, приёмов самостоятельного выделения, изучения (исследования) и анализа нового материала; во-вторых, использование альтернативных средств и способов решения; в-третьих, элементы творческой деятельности. Поиск решения – это деятельность по нахождению способа выполнения другой деятельности (решения). Выполнению поиска и соответствует умение осуществлять поиск решения математических задач (ОПРМЗ).

Интеллектуальный поиск состоит из нескольких этапов, некоторые из которых мы проиллюстрируем на примере поиска решения задачи: *При каких значениях параметра b уравнение $9^x - 2(b-2) \cdot 3^x + 5b^2 - 4b = 0$ имеет единственное решение?*

1) Начальный этап:

а) Что необходимо знать и уметь, чтобы выйти из возникшей ситуации (выяснить, при каких значениях параметра уравнение имеет единственное решение)?	– (Уметь) решать уравнения способом замены переменной, выделять и рассматривать частные случаи решения уравнений с параметром; – (знать) условие существования корней квадратного уравнения с параметром.
б) Что можно узнать из имеющихся данных и какие дополнительные сведения	– Исходное уравнение имеет единственное решение, когда соответствующее

необходимы для выполнения всей программы поиска (расширение информационного поля задачи путём преобразования исходной информации, постановка производных заданий)?	квадратное относительно $z^x = t$ уравнение $t^2 - 2\sqrt{b} - 2\sqrt{t} + 5b^2 - 4b = 0$ (1') либо имеет ровно одно положительное решение, либо имеет два решения, из которых одно отрицательное, а второе – либо положительное, либо равно нулю. – Дополнительные сведения для выполнения программы поиска – произведение корней квадратного уравнения в соответствии с теоремой Виета равно $t_1 t_2 = 5b^2 - 4b$; – и т.д.
---	--

2) Выявление принципа, общей схемы, возможного способа решения (выдвижение гипотезы (гипотез) и получение всех возможных и необходимых для составления плана решения следствий из выдвинутой гипотезы).

3) Проверка полученных следствий.

4) Сопоставление результата с исходными требованиями.

Под умением осуществлять поиск решения математических задач мы понимаем сложное умение, в состав которого входят ориентировочные, исполнительские и контрольные действия. Для ведения поиска необходимы умения вербального, интеллектуального, проектировочного, творческого, коммуникативного, организационного характера. Компонентами умения осуществлять поиск решения задач являются и общие поисковые умения, которые используются в любой учебной дисциплине, и частные поисковые умения, необходимые для осуществления поиска в конкретной научной области, и рефлексивные умения, способствующие осознанию позиции ведущего поиск.

Умение осуществлять поисковую деятельность предполагает развитие умения осуществлять поисковые действия, их комбинации.

Поисковые действия – это обобщённые интеллектуальные действия, которые никогда не трансформируются в навык, так как последний образуется под влиянием однотипных упражнений и здесь поиск не нужен.

Операционный состав поисковых действий каждый раз конструируется по-своему в соответствии с конкретными условиями, то есть поисковую деятельность нельзя описать и показать в виде четко регулируемой системы действий и операций. В основе поисковых действий лежат мыслительные операции, логические операции, эвристики.

Проведение поиска способствует формированию умений выполнять соответствующие мыслительные операции (анализ, сравнение и т.д.), но и без этих операций поиск невозможен.

К поисковым действиям можно отнести:

1) действия по накоплению фактов:

- общие действия по выделению главного, второстепенного, нахождению причинно-следственных связей, опирающихся на выполнение мыслительных операций, таких как наблюдение, анализ (противоречий, самого предметного материала, цели деятельности), сравнение;
 - частные действия – вычисление, построение, измерение, моделирование (названные действия выполняются не только в поисковой деятельности, поэтому, называя их поисковыми, мы подразумеваем, что существует специфика их выполнения);
- 2) действия по выдвижению гипотез, опирающиеся на выполнение соответствующих мыслительных операций: анализ, синтез, аналогия, неполная индукция, обобщение, абстрагирование, конкретизация, дедукция; выдвижение гипотез на основе интуиции;
 - 3) действия по анализу и проверке истинности гипотез: доказательство, обоснование, исследование следствий, полученных из выдвинутых гипотез, формулирование альтернатив;
 - 4) рефлексивные и контрольные действия: сопоставление, сличение с целью выявления несоответствий, осмысление, выяснение оснований действий.

Названные действия выполняются не только в поисковой деятельности, поэтому, относя эти действия к поисковым, мы подразумеваем, что существует специфика их выполнения. К примеру, такие действия, как анализ, синтез, могут выступать и как поисковые действия, и как приёмы (системы действий, выполняемых в определённом порядке) поисковой деятельности вообще.

Так, в приведённом выше примере рассуждений анализ сам является приёмом, то есть системой указаний на действия. Анализ как поисковое действие в данном случае включает в себя действие объяснения. Заметим, что анализ как действие в непоисковой (воспроизводящей или репродуктивной) деятельности, при решении типовых задач известными способами, состоит чаще всего в выявлении типа задачи.

Мы выделяем основную часть умения ОПРМЗ – умение выдвигать и проверять гипотезы. Поисковая деятельность, связанная с решением математических задач, заключается в выдвижении и проверке гипотез (вне зависимости от того, осознаются ли действия, составляющие выдвижение и проверку гипотез). Причём мы подразумеваем самые разнообразные гипотезы: о способе выполнения действия, о применимости теоретических фактов, о влиянии различных условий на решение, на результат.

Разрешение проблемы начинается с выдвижения гипотезы. Гипотезы выдвигаются при решении любых задач, хотя подчас при решении достаточно простой задачи факт и механизм осуществления этой деятельности не осознаются.

Гипотезы в предметной математической деятельности по решению задач бывают в основном двух видов: 1) о способе решения задачи и 2) о характере результата (в зависимости от условий, влияющих на него). По-

иск способа решения, а значит, и выдвижение гипотез о способе решения учитель математики выполняет чаще, чем поиск условий, от которых зависит характер решения, так как второй вид поиска является необходимым компонентом решения исследовательских задач.

Выделяемое нами для специального рассмотрения умение – выдвижение и проверка гипотезы (ВиПГ) – является сложным. Выдвижение гипотезы – ориентировочное умение. Проверка гипотезы – исполнительское умение. Выдвигая и проверяя гипотезы, мы ищем путь решения задачи, планируем деятельность по решению задач, регулируем поиск. Основу любого поиска составляют знания человека и умение ими пользоваться. Вообще, для выдвижения гипотез существуют специальные правила [3, с. 156], и одно из них – гипотеза должна быть основана на теоретических знаниях.

Мы характеризуем состав деятельности по ВиПГ в ходе поиска решения математической задачи, объединив результаты, полученные Л. А. Регуш, В. Н. Соколовым, и дополнив их собственными соображениями [2, с. 35]:

1. Основой выдвижения и проверки гипотез является анализ данных, распознавание вида задачи, актуализация необходимых знаний и умений или осознание необходимости введения знания из другого раздела, конструирования его.

2. Механизмом выдвижения гипотез является анализ через синтез, установление причинно-следственных связей. Гипотезы также выдвигаются на основе правил вывода, законов логики.

Мы имеем в виду, что если установлена причинно-следственная связь или в ходе рассуждений получен теоретический результат, то запускается механизм выдвижения гипотезы.

3. При выдвижении гипотез большую роль играет и интуиция: предвидение последствий применения того или иного математического факта в условиях ограниченной информации, предвидение последствий варьирования исходных данных.

4. Проверка гипотез чаще производится в ходе доказательства, поиска обоснований, построения, объяснения выбора факта или способа решения. Доказательство, обоснование, построение, объяснение, в свою очередь, могут основываться на анализе примеров и контрпримеров, на рассмотрении частных случаев математического предложения или решения задачи, на использовании правдоподобных рассуждений, сличении результата рассмотрения частных выводов с правдоподобным фактом, рассуждением, способом деятельности.

Анализ данных и требования задачи, выдвижение и проверка гипотез циклически повторяются. Весь процесс решения задачи может быть описан на языке «действий с гипотезами». Первоначальная гипотеза в решении сложной задачи – гипотеза, позволяющая очертить теоретическую

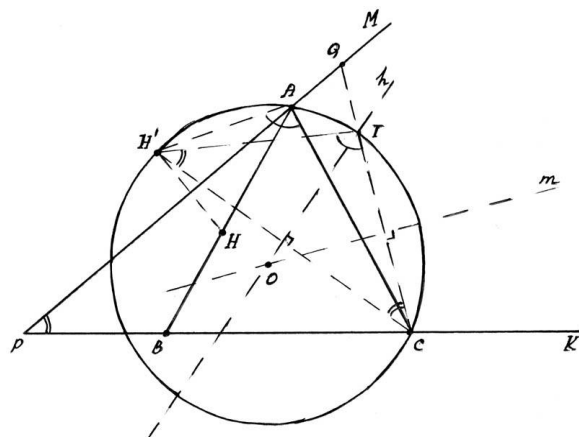
базу как предполагаемого способа решения, так и результата. В зависимости от «найденной» области теоретических знаний выдвигаются дальнейшие гипотезы, общие гипотезы, очерчивающие достаточно большой круг теоретических и практических знаний. В них чаще преобладает интуиция.

Подтверждение общей гипотезы ведёт к формулировке частных, в которых интуиция постепенно замещается логикой. Опровержение общей гипотезы ведёт к смене теоретической базы поиска, опровержение частной гипотезы – к смене направления поиска в рамках установленной предметной области. Выдвижение гипотезы осуществляется посредством как логики, так и интуиции. Чем сложнее задача, тем вероятнее отсутствие алгоритма для её решения, тем больше наблюдается преобладание интуиции (хотя бы на начальных этапах решения).

Вообще, весь процесс решения задачи может быть описан на языке «действий с гипотезами». Например, задача на построение: *«Дан острый угол MPK , точка H лежит внутри этого угла, точка C принадлежит лучу PK . Постройте треугольник ABC , такой, что точки B и A принадлежали бы соответственно лучам PK и PM , а точка H – отрезку AB и $AB = AC$ »* (рис.). Обычное начало – этап анализа задачи на построение – практически не позволяет выдвинуть гипотезы логического характера о способе решения. Можно попробовать измерить углы транспортиром (практически невозможно догадаться, предположить возможную зависимость между углами исходя из того, что уровень строгости решения предлагаемых студентам или старшим школьникам задач уже не позволяет им использовать транспортир!) – интуитивная гипотеза – и выделить зависимость между углами: $2\angle MPK + 2\angle PAB + \angle BAC = 180^\circ$. Определение же того, между какими углами искать зависимость и нахождение самой зависимости – это уже логика. Далее придётся решить, как доказать гипотезу о зависимости между углами и как её использовать. Наличие удвоенных углов в равенстве, выражающем зависимость, определяет метод решения – метод осевой симметрии.

Окончательному решению чаще всего предшествуют гипотезы, близкие к истинной. Если проверка гипотезы приводит к желаемому результату, то на этом поиск можно и закончить, но может быть проведено дальнейшее выдвижение новых гипотез с целью поиска более оригинального способа решения. Мы видим, что выдвижение и проверка гипотез – основное в решении любой задачи, включает как необходимый компонент использование результатов анализа условия и занимает основную часть решения, составляет поисковую деятельность. Далее строится план – система действий для решения задачи. План имеет существенное значение в организации деятельности. Это связующее звено между получением информации, включением её в организацию деятельности и управлением ею. План – система целей и средств. В плане заложена возможность оценки правильности прогнозируемых целей и действий.

Вернёмся к той же задаче на построение. Записав зависимость между углами в виде $2\angle PAB + \angle BAC = 180^\circ - 2\angle MPK$, можно выдвинуть следующую гипотезу: искомая точка A принадлежит дуге окружности, стягиваемой хордой $H'C$, в которую вписывается угол величиной $180^\circ - 2\angle MPK$ (здесь точка H' – точка, симметричная точке H относительно MP). Доказательство этой гипотезы осуществляется с помощью построения точки B' , симметричной точке B относительно той же прямой MP .



Далее, выстраивается план решения: 1) $\angle MPK$, $\angle H$, $\angle C$; 2) $\angle H'$; 3) $H'C$; 4) $h \perp H'C$ – серединный перпендикуляр; 5) $\angle H'CQ = \angle MPK$, $Q \in PM$; 6) $T = h \cap QC$; 7) $m \perp TC$ – серединный перпендикуляр; 8) $h \cap m = Q$; 9) $S \cap O; R = OC$; 10) $A = S \cap PM$; 11) $B = AH \cap KP$; 12) $\triangle ABC$ – искомый.

Как видно из характеристики состава деятельности поиска решения математической задачи, умение ВиПГ в ходе поиска решения опирается на выполнение общелогических действий, направляется интуитивными соображениями, гипотезы проверяются посредством действий, которые носят общий характер. Да, нельзя отрицать, что на выдвижение гипотезы влияет специфика конкретного материала, на котором построена задача, когда и в качестве механизма проверки гипотезы выбираются те действия, которые наиболее соответствуют конкретному математическому материалу задачи. Но роль общелогических и интуитивных элементов, не зависящих от конкретно очерченного круга предметной теории, велика (в подтверждение сказанному – выдвижение гипотез в предложенной задаче на построение). Именно поэтому умение ОПРМЗ и, соответственно, умение ВиПГ в ходе поиска решения математической задачи обладают такими качествами, как обобщённость и переносимость на другой конкретный предметный и не обязательно математический материал.

Кроме того, выдвижение гипотезы (в том случае, если имеется не одно направление, которое может привести к решению задачи) может осуществляться в нескольких направлениях. Решающий сначала выбирает наиболее «близкое» ему направление: по степени овладения соответствующими знаниями или в связи с психологическими особенностями личности. Если желаемый результат не достигнут, то решающий пробует использовать другие направления, о теоретической возможности использо-

вания которых он знает, но реализация таких направлений для него субъективно трудна и ценна в профессиональном плане одновременно. Значит, умение выдвигать и проверять гипотезы, как профессионально значимое, обладает ещё и психологической характеристикой – личностной значимостью [1, с. 57].

Вообще, если студент – будущий учитель математики – владеет выдвижением и проверкой гипотез как умением обобщённым и переносимым на другие ситуации (другой конкретный не обязательно математический материал), это умение само по себе становится для него личностно значимым. Личностная значимость связана с тем, что появляется уверенность в своих знаниях общих основ вида деятельности, который является ведущим в деятельности профессиональной, нередко применяется вне связи с профессией. В этом случае студент, решающий математическую задачу, сможет применить названные умения в другой ситуации, поскольку умение осуществлять поиск решения математической задачи – это проявление поисковых умений вообще. К последним может относиться поиск любой профессиональной информации, поиск решения методических и воспитательных проблем и т. д.

Список литературы

1. *Ельчанинова Г.Г.* Задачи элементарной математики как средство развития профессионально значимых поисковых умений у будущих учителей математики // Вестник Тамбовского университета. – Выпуск 2 (70), 2009: Журнал Тамбовского государственного университета им. Г. Р. Державина. Серия: Гуманитарные науки: научно-теоретический и прикладной журнал широкого профиля. – Тамбов, 2009 (февраль).

2. *Ельчанинова Г.Г.* Задачи элементарной математики как средство развития профессионально значимых поисковых умений у будущих учителей математики: дис. канд. пед. наук. – Санкт-Петербург: Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена, 2009.

3. *Еникеев, М. И.* Общая и социальная психология: учебник для ВУЗов – М.: НОРМА – ИНФРА-М, 2002.

4. *Фридман, Л. М.* Как научиться решать задачи. – М.: Моск. психол.-социал. ин-т. – Воронеж: Издательство НПО «МОДЭК», 1999. – 236 с.

К ВОПРОСУ О ФОРМАХ ПРОВЕДЕНИЯ УНИВЕРСИТЕТСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

О.Р. Каюмов

*Филиал Омского государственного педагогического университета,
г. Тара, Омская обл.*

Аннотация. Обсуждается вопрос о педагогическом обосновании форм проведения занятий по математике в рамках новых образовательных стандартов.

Ключевые слова: выбор педагогически обоснованных форм, неестественность интерактивных методов при обучении математике.

Настоящая статья посвящена проблеме обоснования форм проведения занятий по математическим дисциплинам. Такое рассуждение востребовано новым Законом «Об образовании в Российской Федерации», который среди прав и свобод педагогических работников гарантирует свободу «выбора и использования педагогически обоснованных форм, средств, методов обучения и воспитания» [7, Гл. V, статья 47, п.3.2]. Заметим сразу, что в предыдущей версии закона аналогичная статья давала право преподавателям «выбирать методы и средства обучения, наиболее полно отвечающие их индивидуальным особенностям и обеспечивающие высокое качество учебного процесса» [2, Гл. III, статья 20, п.4.5]. Таким образом, выбор форм обучения все еще остался за преподавателем, но требует дополнительного педагогического обоснования.

В чем суть проблемы? Дело в том, что новый федеральный государственный стандарт высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) [6] содержит некоторые нормы, если и не противоречащие Закону об образовании, то, по крайней мере, требующие толкования. Речь идет как раз о формах проведения занятий. Разработчики ФГОС в качестве новшества ввели регламент: «Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью ООП, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин. В целом в учебном процессе они должны составлять не менее 20 процентов аудиторных занятий» [6, п. 7.3]. Что теперь понимается под интерактивными методами обучения, можно еще раз прочитать в содержательном обзоре [1]. Показательно, что в стандарте для математиков (не учителей) [5, п. 7.3] нормы чуть мягче: требуется не менее 30% «активных и интерактивных» занятий, что можно выполнить за счет привычных семинаров в диалоговом режиме, т.е. ограничиваясь лишь «активными» методами.

Постараемся разобраться, какое отношение упомянутая норма имеет к выбору форм проведения занятий по математике. Значит ли это, что пятую часть аудиторного времени нужно провести в интерактивном режиме?

Наверное, нет, иначе это противоречило бы Закону об образовании и ущемляло бы права того преподавателя, который не считает интерактивные формы уместными на своих занятиях. Мы полагаем, что педагогического обоснования преимуществ интерактивных методов (в процессе преподавания математики) не существует. Впрочем, стандарт содержит спасительную оговорку о «содержании конкретных дисциплин», т.е. регламент может «пощадить» одни дисциплины в ущерб другим. Нет сомнений, что должны отличаться оптимальные формы проведения занятий, к примеру, по математике и по пению.

Интерактивные методы (ролевые игры, кейс-технологии, дискуссии и т.п.) эффективны при изучении социологии, психологии, этики и т.д., но почти не уместны в математике. Почему? Потому что в гуманитарных дисциплинах невозможно обойтись без явного или неявного погружения учащегося в житейскую ситуацию, без подключения личного опыта. Именно так, в условиях притчи, становятся осязаемыми нравственные оценки, лежащие в основе гуманитарного знания. Однако древовидная структура математического знания качественно отличается, например, от мозаичной картины в социологии, где уживаются вместе альтернативные учения, отсутствует однозначное деление на «истину» и «ложь». «Каждая диссертация в социологии предлагает новый метод, который, впрочем, каждый новый доктор опасается применять, так что социология есть наука, наиболее богатая методами и наиболее бедная результатами» [4, с. 376].

Поговорка «истина рождается в споре» (ключевая в интерактивных технологиях) к математике не относится. Математические конференции, конечно, полезны – они служат уточнению постановок задач, но не более; а истины вынашиваются одиночками. Напротив, в гуманитарных дисциплинах открытием часто бывает фактически лишь постановка задачи («новый взгляд на вещи»), а вместо решения принимается личное мнение автора. Поэтому здесь так обширна «зона ближайшего развития» (в терминах Выготского Л.С.), так плодотворны дискуссии, а потому и эффективны интерактивные формы занятий. При обучении высшей математике их эффективность весьма сомнительна.

Само вмешательство разработчиков ФГОС в методику преподавания математики (в части выбора методов обучения), конечно, не было злонамеренным. Нормативы прикидывались «на глазок» (кому – 20%, кому – 30%) по всем направлениям, потому что создатели стандартов (гуманитарии) искренне верят в универсальную полезность модных педагогических технологий. То, что не была учтена специфика конкретных дисциплин, еще полбеда. Более существенный недостаток ФГОС ВПО – отсутствие преемственности, однако авторы о ней не заботились. Они стремились как можно быстрее перейти на «европейские» схемы учета результатов образования, т.е. вписаться в политический «болонский процесс» [3]. Сейчас, через два года работы по новым стандартам, следует признать, что уско-

ренная вестернизация пока не удалась. Неискушенному преподавателю все еще трудно понять, чем измерять «компетенции» (не на бумаге, а в жизни), как и известному киногерою Шарпову, пока с него не потребовали сыграть «Мурку».

В свое время Анри Пуанкаре подчеркивал: «Наряду с будущими инженерами имеются ученики, не столь многочисленные, которые должны стать учителями. Последние должны дойти до конца; для них, прежде всего, обязательно глубокое и строгое изучение основных принципов» [4, с. 464]. Т.е. в подготовке будущего учителя математики важное место должно занимать глубокое овладение фундаментальными идеями, понимание свойств различной математической природы. Увы, ничего подобного в стандартах для профиля «Математическое образование» [6] не предусмотрено. Фактически это признано второстепенным и передано на усмотрение вузов, составляющих дополнительные перечни «специальных компетенций». Для сравнения, стандарт для математиков (не учителей) [5, п.5.2] содержит такие компетенции, как «...умение понять поставленную задачу (ПК-2), умение формулировать результат (ПК-3), умение строго доказать утверждение (ПК-4)...» и т.д. – как раз то, о чем говорил Пуанкаре. Впрочем, и само дидактическое содержание «математики» теперь из стандарта исключено. И лишь анализ новых вариантов заданий интернет-тестирования показывает, что никаких «компетентностных» измерительных материалов еще не изобрели. Проверяют то же самое, что и раньше. Но теперь не ясно, на каком основании...

Список литературы

1. *Гущин Ю.В.* Интерактивные методы обучения в высшей школе// Психологический журнал Международного университета природы, общества и человека «Дубна», 2012. – №2. – С.1-18, <http://www.psyanima.ru/journal/2012/2/2012n2a1/2012n2a1.pdf> (дата обращения – 1.09.2013)
2. Закон РФ «О высшем и послевузовском профессиональном образовании». <http://mon.gov.ru/dok/fz/obr/3993/> (дата обращения – 1.09.2013).
3. *Каюмов О.Р.* К вопросу об уместности компетентностной доминанты в обучении математике // Вестник Елецкого государственного университета, 2011. – Вып. 28. – С. 4-10.
4. *Пуанкаре А.* О науке. М.: Наука, 1990. – 736 с.
5. ФГОС ВПО по направлению подготовки 010100 «Математика» (квалификация «бакалавр»). http://www.edu.ru/db-mon/mo/Data/d_10/m8.html (дата обращения – 1.09.2013)
6. ФГОС ВПО по направлению подготовки 050100 «Педагогическое образование» (квалификация «бакалавр»). http://www.edu.ru/db-mon/mo/Data/d_09/m788.html (дата обращения – 1.09.2013).

7. Федеральный закон от 29 декабря 2012 г №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» <http://минобрнауки.рф/документы/2974> (дата обращения – 1.09.2013).

ИСТОРИЧЕСКИЙ ОПЫТ МОДЕРНИЗАЦИИ ШКОЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Г.В. Кондратьева

*Московский государственный областной университет,
г. Москва*

Аннотация. Статья посвящена обзору истории школьного математического образования, начиная со второй половины XIX в. Предложена модель развития школьного математического образования, представленная как периодический процесс модернизации, состоящий из пяти различных фаз.

Ключевые слова: школьное математическое образование, модернизация, фазы, исторический опыт.

Считается, что исторический опыт прошлого всегда исключительно ценен. Совершенствовать систему образования невозможно, руководствуясь только потребностями настоящего момента. Нужно определить долгосрочную стратегическую перспективу, опираясь при этом на существующие объективные закономерности развития. Последнее в свою очередь требует обращения к истории, но не к фактологическим деталям, а к общей динамике процесса.

Нередко использование исторического опыта рассматривается как прямое заимствование конкретных носителей педагогической практики прошлого. Например, можно слышать о возвращении к руководству геометрии А.П. Киселева, которое иногда трактуется как панацея от всех бед с преподаванием математики. Часто использование исторического опыта рассматривается и как построение параллелей современного этапа с теми или иными событиями прошлого. Однако все эти подходы малопродуктивны. Только построив концепцию развития образования, опираясь на закономерности функционирования системы, можно вскрыть особенности современного этапа развития и, соответственно, дальше определять перспективу будущего. Именно поэтому для нас исторический опыт – это не просто совокупность ценностей материального и духовного наследия прошлого, а концентрированное выражение результатов исторического процесса, ориентированное на выявление закономерностей развития, на вскрытие причинно-следственных связей.

Исследование исторического опыта модернизации школьного математического образования предлагается проводить на материале второй половины XIX в., что обусловлено значимостью данного временного интервала для совершенствования математического образования, с одной стороны, и проработанной фактологической базой – с другой. Разработанная нами модель развития школьного математического образования второй половины XIX в. представлена в виде периодизации, состоящей из 5 фаз.

1 фаза (1852–1861) Предреформенная. (Осознание обществом существующих противоречий, разработка возможных направлений обновления).

Постановление 1852 г. возвращает школу в реальное направление. Наблюдается рост общественной и частной инициативы: организация педагогических журналов, создание Петербургского педагогического общества (1859), широкое обсуждение общественностью проблем школы (статьи Н.И. Пирогова, М.В. Остроградского). Обострение противоречий между школой и социально-экономическими реалиями ведет к осознанию обществом необходимости перемен.

2 фаза (1862–1865) Реформаторская. (Закрепление идей модернизации в нормативно-правовых документах).

Проект Устава гимназий (1862), Устав гимназий (1864). Отмечается особая активность частных лиц в деле образования. Увеличивается число учащихся наряду с ростом сети учебных заведений. Активизируются работы по обновлению существующей практики обучения математике. Происходит обновление целей обучения: ставится задача воспитания личности учащегося в процессе обучения. Активно разрабатываются вопросы преподавания арифметики и начального курса геометрии. Начинается широкая журнальная дискуссия по вопросам преподавания математики.

3 фаза (1866–1870) Экспериментально-эkleктическая. (Внедрение новаций в массовую практику)

Массовое внедрение в практику школ разработанных на предыдущих этапах новаций ослабляется внешним фактором: покушением на Александра II. Содержание курса математики отличает двойственность. В программах для гимназий содержание курса стабильно, но в учебниках (Ф.И. Симашко, К.Д. Краевич) отмечается значительное расширение курса (знакомство с понятием функции, элементы теории вероятностей). Особый размах приобретают заимствования немецких методик обучения (метод А. Грубе и др.). В качестве дополнительной характеристической особенности фазы можно выделить активное заимствование зарубежных разработок.

4 фаза (1871–1880) Структурно-организационная. (Отказ от неприжившихся новаций)

Постановления начала 1870-х гг. снова возвращают классическую гимназию. Значительно увеличивалось число часов на изучение математики в гимназиях, усиливалась строгость контроля (Правила об испытаниях).

В 1871 г. вышли первые общегосударственные официальные программы по математике для гимназий, закрепившие традиционный курс: арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрия. 1873 г. – программы и планы для реальных училищ, 1874 г. – программы и планы для женских гимназий. Важной чертой этого времени стала борьба против засилия немецких методов в обучении (дискуссия В.А. Евтушевский – Л.Н. Толстой).

5 фаза (1881–1890) Инерционно-развивающаяся. (Состояние стагнации, накопление противоречий).

Политика ограничений в образовании. Содержание стабильно, но отмечается усиление значения теории, причем в курсах не только средних, но и начальных учебных заведений. В конце 1880-х снижается число выдержавших экзамены на аттестат зрелости.

Проводятся работы над созданием систематических курсов, которые бы разумно сочетали научность с доступностью изложения. Усиливается стремление к преемственности, продолжению отечественных традиций (В.А. Латышев, В.В. Бобынин). Разработка новых учебников (А.П. Киселев), задачников (Н.А. Шапошников, Н.К. Вальцов) проходит одновременно с замедлением роста номенклатуры выпускаемой учебной литературы. Данной фазой заканчивается полный цикл развития системы школьного математического образования, начинается развитие нового цикла.

1 фаза (1891–1905) Предреформенная.

Экстраполируя полученную модель на последующие временные интервалы (первая половина и вторая половина XX века), мы получаем следующие модели.

Модернизация системы школьного математического образования в первой половине XX в. 1. Предреформенная; продолжение (1891-1905). 2. Реформаторская (1906-1922). 3. Экспериментально-эклектическая (1923-1930). 4. Структурно-организационная (1931-1936). 5. Инерционно-развивающаяся (1937-1949).

Модернизация системы школьного математического образования во второй половине XX в. 1. Предреформенная (1950-1963). 2. Реформаторская (1964-1969). 3. Экспериментально-эклектическая (1970-1977). 4. Структурно-организационная (1978-1987). 5. Инерционно-развивающаяся (1988-1998).

Современные шаги по модернизации школьного математического образования (введение элементов теории вероятностей и статистики в школьный курс, создание профильного старшего звена с целой серией соответствующих программ, уменьшение часов на изучение математики, ЕГЭ) трактуются как реформаторская фаза. С учетом массового внедрения ЕГЭ можно говорить о переходе к экспериментально-эклектической фазе. Зная особенности данной фазы, можно утверждать, что о необратимом внедрении новаций в школу говорить рано. На смену экспериментально-эклектической фазе придет фаза структурно-организационная, которая и проверит на прочность все вводимые изменения.

ПЛЮСЫ И МИНУСЫ ОНЛАЙН-ОБРАЗОВАНИЯ

*С.Н. Косарев, В.С. Мухан
Российский университет дружбы народов,
г. Москва*

Аннотация. Стремительное распространение дистанционного образования в мире впервые в истории создает реальную альтернативу традиционной системе высшего образования. Действительно ли это так? Какие плюсы и минусы онлайн-образования?

Ключевые слова: дистанционное образование, онлайн-образование, МООС.

Дистанционное обучение является альтернативой для людей, которые хотят получить высшее образование, но не могут это сделать в силу географических, физических или денежных причин. В начальной фазе дистанционное обучение осуществлялось через почту. Появления радио и телевидения положительно отразилось на возможностях дистанционного образования. Но всю структуру дистанционного обучения изменило появление персональных компьютеров и Интернета. Студенты теперь могут получить всю необходимую информацию и в режиме реального времени общаться со своими однокурсниками и преподавателями через Интернет. Понимая, что Интернет открыл новые возможности для передачи знаний, многие зарубежные преподаватели начали запускать бесплатные онлайн-курсы, рассчитанные на массовую аудиторию.

Открытые онлайн-курсы, обозначаемые аббревиатурой МООС (Massive Online Open Course), возникли как революционная идея в предоставлении высшего образования. Многие сторонники МООС считают, что открытые онлайн-курсы изменят и трансформируют систему высшего образования в будущем. Однако существует много скептиков, которые жестко критикуют данную систему образования из-за многочисленных проблем.

Что такое МООС? Какие преимущества и недостатки присутствуют в данной системе?

Термин МООС был придуман сотрудниками Университета Манитоба (Канада) в 2008 г., которые организовывали онлайн-курс для 25 студентов университета и 2300 студентов со стороны. Но настоящий прорыв в онлайн-образовании произвели Себастьян Тран и Петер Норвиг, профессора Стэнфордского университета (США), которые осенью 2011 г. прочитали в Интернете бесплатный курс об искусственном интеллекте аудитории в 160 000 студентов из 190 стран.

В настоящее время курсы МООС организуются учебными заведениями или организациями, работающими с университетами, и обеспечи-

вают удобное бесплатное дистанционное обучение мирового класса. Типичный курс состоит из видеолекций преподавателя по 2 часа каждую неделю с использованием интерактивных тестов. Также по некоторым темам даются дополнительные онлайн-ресурсы или учебники, рекомендуемые для чтения. Если вы не понимаете хорошо тему или нуждаетесь в дополнительном разъяснении, вы можете задать вопрос на форуме, и кто-нибудь ответит на него в течение нескольких минут. По окончании курса устраивается экзамен в середине семестра, а также заключительный экзамен, по результатам которого выдается сертификат об успешном усвоении курса.

На данный момент существуют три крупных МООС-платформы:

1. Coursera (www.coursera.org), которая предлагает курсы по различным дисциплинам, включая гуманитарные науки, медицину, биологию, общественные науки, математику, бизнес, информатику и другие предметы. Coursera насчитывает 4,2 миллиона студентов и 84 университета-партнёра. Около 70 тыс. слушателей приходится на Россию.

2. EdX (www.edx.org) предлагает 56 курсов МООС и интерактивных онлайн-занятий по дисциплинам, таким как юридическое дело, история, естественные науки, техника, бизнес, общественные науки, информатика, здравоохранение и искусственный интеллект.

3. Udacity (www.udacity.com), который предлагает 28 курсов МООС по дисциплинам, таким как информатика, математика, бизнес и дизайн.

Есть достаточно противоречивые мнения по отношению к МООС. Одни ученые полагают, что это будущее высшего образования. Некоторые ученые думают, что это полная деградация высшего образования.

Преимущества МООС:

1. Большинство курсов МООС бесплатные, что является безусловным плюсом для студентов.

2. Позволяет сделать группы студентов намного больше, чем помещается в аудитории. Это особенно популярно за рубежом. Например, в Калифорнии существуют очереди на получение высшего образования.

3. Является стимулом для повышения качества читаемых преподавателями лекций. Оптимальные лекции короткие, длятся около часа, посвящены одной единственной теме. Для достижения лучшего результата материал должен быть изложен кратко, емко, с применением современных методик преподавания.

4. Создание динамического архива лекций. Наличие архива позволяет прослушивать лучшие лекции снова и снова.

5. Лекции сделаны так, чтобы заинтересовать студента.

6. Объединение людей со всего мира.

7. Использование онлайн-курсов как часть университетской программы. В качестве домашнего задания студент должен прослушать лекцию или семинар, а в университете обсудить изученный материал с живым

преподавателем. Это позволяет увеличить количество пройденного материала.

Основные недостатки МООС:

1. Профессор может стать «поп-звездой». Студенты с готовностью обучаются у представителей менее заслуженных университетов, поставившихся сделать свои курсы более интересными. МООС может привести к смене парадигмы: самыми высокооплачиваемыми профессорами станут самые популярные, а не те, кто публикует большее количество работ в научных журналах.

2. Отсутствие живой беседы. Невозможно себе представить беседу в аудитории со 150 000 студентов. Для этого есть электронные альтернативы: форумы, чаты, доски сообщений, но живое общение лицом к лицу утрачено. Часто эмоции остаются потерянными.

3. Сложно оценить студента. Невозможно проверить десятки тысяч эссе или исследовательских работ. Также невозможно придумать компьютерное обеспечение, которое смогло бы оценить творческий подход к решению задач, или компьютерное обеспечение, которое сможет проверить качество написанного сочинения. Хотя попытки создать такого ПО имеются.

4. Бросить онлайн-обучение достаточно просто.

5. Интеллектуальная собственность и финансовые вопросы. Кто владеет онлайн-курсами, если профессор, который создает ее, переходит работать в другой университет? Кому платят за преподавание и создание онлайн-курсов?

6. Отсутствие синергии в образовательном процессе. Знания и усилия нескольких человек, находящихся в аудитории и обсуждающих какую-либо проблему, взаимно усиливаются при решении задачи.

7. Снижение количества профессоров. С развитием онлайн-курсов университетам не будет необходимости приглашать на работу профессоров. А это в свою очередь приведет к тому, что людей, которые хорошо разбираются в предмете, будет становиться меньше.

Несмотря на указанные минусы, у МООС большие перспективы в будущем. Для дальнейшего развития необходимо решить важную проблему финансирования. На подготовку одного масштабного онлайн-курса профессор в среднем тратит 100 часов, а затем от 8 до 10 часов в неделю для поддержания курса, что мешает его повседневной работе.

Одним МООС дает возможность продолжить свое самообразование, другим – развлечься, для третьих онлайн-курсы – единственный способ получить доступ к образованию мирового уровня. МООС вряд ли полностью заменят оффлайн-систему образования. Но для миллионов по всему миру онлайн-курсы станут новым способом получения качественных знаний. И включение российского научного сообщества в дебаты о будущем образования позволило бы лучше подготовиться к переходу на новые методы преподавания.

ПРИНЦИП СИСТЕМНОСТИ КАК ИНТЕГРАТИВНЫЙ ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СИМВОЛИКИ

С.В. Костин

Московский государственный технический университет
радиотехники, электроники и автоматики,
г. Москва

Аннотация. Разъяснен смысл принципа системности и продемонстрирована ключевая роль этого принципа при построении математической символики.

Ключевые слова: математическая символика, принцип системности.

1. Введение

Как профессиональные математики, так и специалисты в области методики преподавания математики неоднократно отмечали исключительную важность использования логичной и продуманной системы математических обозначений. Такие обозначения облегчают работу мысли, способствуют более быстрому и глубокому восприятию материала, позволяют в сжатой и емкой форме выразить самую суть изучаемого объекта. Более того, по признанию некоторых известных математиков, введение новых удачных обозначений позволило сделать им научное открытие.

Вот что писал по поводу математической символики известный советский математик и педагог А.Я. Хинчин: «...следует упомянуть еще об одной традиции математического стиля... Я имею в виду свойственную математике скрупулезную *точность символики*. Каждый математический символ имеет строго определенное значение; замена его другим символом или перестановка на другое место, как правило, влечет за собою искажение, а подчас и полное уничтожение смысла данного высказывания. <...> Несоблюдение безукоризненной точности символической записи в математике влечет за собой немедленную расплату: он [учащийся] сам теряет возможность понять смысл записанного... и либо получает неправильный ответ, либо вообще лишает себя возможности решить задачу» [9, с. 254].

Другой известный советский математик и педагог Б.В. Гнеденко высказывает схожие мысли: «Математическая символика выполняет ряд очень важных функций: сжимать запись информации, делать ее легко обозримой, а также удобной для последующей обработки и получения выводов» [2, с. 21–22], «Математическая символика не только не оставляет места для неточности выражения мысли и расплывчатого толкования написанного, но вдобавок позволяет автоматизировать проведение тех действий, которые необходимы для получения выводов» [2, с. 20].

В нашей статье [5, с. 50] мы сформулировали пять принципов, которыми, по нашему мнению, следует руководствоваться при построении математической символики. При этом главным, основным из этих принципов является принцип системности. Все остальные принципы можно в каком-то смысле рассматривать как частные случаи и конкретные проявления принципа системности.

Данная статья посвящена развитию и дальнейшей разработке тех вопросов, которые были поставлены нами в статье [5]. В частности, в разделе 4 данной статьи мы вводим еще один, шестой, принцип построения математической символики, а именно, принцип последовательности. Если говорить в общем, то цель данной статьи заключается в том, чтобы разъяснить смысл принципа системности, а также на конкретных примерах продемонстрировать, как этот принцип используется при построении математической символики.

2. Смысл и содержание принципа системности

Математические символы используются для обозначения математических понятий. В то же время понятия, используемые в каждом разделе математики, образуют целостную совокупность взаимосвязанных элементов, то есть систему. Поэтому математические символы, используемые в каждом разделе математики, тоже должны образовывать систему. Системный характер математической символики нашел свое отражение даже в самом термине «система обозначений».

Сущность принципа системности заключается в том, что математическая символика должна рассматриваться как единое целое, но в то же время это единое целое имеет определенную структуру. Согласно принципу системности, для системы математических символов характерны такие свойства, как сложность и иерархичность строения, структурная упорядоченность, целостность и внутреннее единство.

Полное и глубокое понимание принципа системности возможно только в результате осмысленной и содержательной деятельности по оперированию математическими символами, по разработке новых символов для того или иного раздела математики.

Принцип системности лежит в основе так называемого системного подхода к объекту исследования. Признавая огромную роль системного подхода в процессе познания и его общенаучный, поистине философский характер, тем не менее, нельзя не отметить, что, как справедливо пишет В.И. Крупич, «системный подход нельзя выразить в виде некоторой последовательности методических процедур, которые можно было бы применять везде и всюду как универсальные предписания. <...> Эффективное применение принципов системного подхода возможно лишь при условии сочетания их со всем арсеналом методов и средств, выработанных в данной области научных знаний» [6, с. 48–49].

Таким образом, принцип системности выступает как своеобразный методологический ориентир, указывающий общий путь подхода к объекту исследования. В следующих разделах нашей статьи мы обсудим различные аспекты принципа системности применительно к интересующему нас объекту исследования, то есть к математической символике.

3. Принцип системности и принцип однозначности

Поскольку математические символы используются для обозначения математических понятий, то система математических символов является своеобразным «отражением» системы математических понятий.

И здесь сразу возникает вопрос: должно ли соответствие между математическими понятиями и математическими символами носить взаимно однозначный характер или возможна ситуация, когда один и тот же символ используется для обозначения сразу нескольких различных понятий?

Между дидактами нет общего мнения по этому поводу.

Вот что пишет известный советский педагог и методист А.А. Столяр: «Математика нуждается в точном и ясном языке, в котором каждый символ, каждое образование из символов имеет только один смысл. Точность и ясность (недвусмысленность) математического языка... обеспечиваются также использованием кванторов и скобок» [8, с. 215].

А вот что пишет не менее известный советский и российский педагог и методист Г.В. Дорофеев: «Иногда высказываемое утверждение, что математический язык должен быть максимально чист и не допускать внутри себя таких явлений естественного языка, как синонимия и в особенности омонимия, не имеет под собой достаточных оснований, по крайней мере, по двум причинам. Во-первых, это просто не так, поскольку в реальном математическом языке оба этих языковых явления существуют. Во-вторых, математический язык как средство коммуникации, что особенно важно при обучении, подчиняется тем же законам передачи и восприятия информации, что и любой естественный язык» [3, с. 64].

Не претендуя на истину в последней инстанции, автор данной статьи хотел бы отметить, что в данном вопросе ему ближе позиция А.А. Столяра. В статье [5] в число пяти принципов построения математической символики нами в качестве одного из важнейших был включен принцип однозначности, согласно которому каждому математическому символу должно однозначно соответствовать обозначаемое этим символом понятие. Во всяком случае, такая однозначность должна иметь место в пределах одного рассматриваемого в данный момент времени раздела математики.

Соблюдение принципа однозначности существенно повышает доступность материала, способствует его более быстрому восприятию и более глубокому пониманию.

В современной математической литературе соблюдение принципа однозначности фактически является нормой и правилом хорошего тона.

Если автор математической статьи использует в своей статье какое-либо не совсем стандартное обозначение, то он обязан оповестить об этом читателя и раскрыть точный смысл этого обозначения в начале статьи.

В качестве показательного примера, иллюстрирующего, что принцип однозначности – это не выдумка методистов и педагогов, а реальный принцип, который тщательно соблюдают в своей работе математики (не потому, что их кто-то заставляет, а потому, что соблюдение этого принципа облегчает их труд), укажем на книгу [4], в конце которой на страницах 807–813 приведен список из 225 (!) символов, используемых в этой книге. При этом кратко разъяснен смысл этого символа и указана страница в тексте книги, на которой этот символ появляется в первый раз и где можно подробнее прочитать, что этот символ обозначает. Кстати, одним из авторов книги [4] является известный советский математик и экономист, лауреат Нобелевской премии по экономике 1975 года Леонид Витальевич Канторович.

4. Принцип системности и принцип последовательности

В статье [5] мы сформулировали пять принципов, которыми, по нашему мнению, следует руководствоваться при построении математической символики. Это следующие принципы: принцип системности, принцип однозначности, принцип преемственности, принцип мотивированности и принцип экономности.

Дальнейшее и более глубокое изучение математической символики привело нас к осознанию необходимости введения еще одного принципа, а именно, принципа последовательности. Как и все остальные принципы, принцип последовательности можно в каком-то смысле рассматривать как частный случай и конкретное проявление принципа системности.

Разъясним на конкретных примерах смысл и содержание принципа последовательности математической символики.

Одним из фундаментальных понятий математики, которое встречается буквально во всех ее разделах, является понятие бинарного отношения на множестве. Как записать тот факт, что элемент x множества A находится в отношении ρ к элементу y множества A ?

Обозначим буквой R некоторый символ, который служит для обозначения отношения ρ . Тот факт, что элемент x множества A находится в отношении ρ к элементу y множества A , можно записать с помощью следующих символов:

- 1) xRu (так называемая «инфиксная» форма записи);
- 2) Rxy (так называемая «префиксная» форма записи);
- 3) xyR (так называемая «суффиксная» форма записи).

В математике всегда (или почти всегда) используется «инфиксная» форма записи бинарного отношения. Этот факт является одним из проявлений принципа последовательности математической символики.

Приведем примеры инфиксной записи бинарного отношения: отношение «больше» между действительными числами ($x > y$), отношение включения одного множества в другое ($A \subset B$), отношение параллельности прямых ($AB \parallel CD$), отношение эквивалентности функций ($f(x) \sim g(x)$ при $x \rightarrow x_0$).

Практически исключительное использование в математике именно инфиксной (а не префиксной или суффиксной) формы записи характерно не только для бинарных отношений, но и для бинарных операций.

Приведем примеры инфиксной записи бинарной операции: операция сложения действительных чисел ($x + y$), операция объединения множеств ($A \cup B$), операция векторного произведения геометрических векторов ($\mathbf{a} \times \mathbf{b}$), операция свертки функций ($f * g$).

Вот что написано по поводу преимущественного использования в математике инфиксной формы записи в книге [7, с. 198]: «Употребляемые знаки должны образовывать определенную *знаковую систему*, а не выбираться произвольно и независимо друг от друга. Например, в установившейся сейчас символике знаки алгебраических действий и знаки соответствий и отношений обычно помещают между именами объектов, к которым они относятся. Такое употребление знаков называется *инфиксным*».

Приведем еще несколько примеров, показывающих важную роль принципа последовательности при построении математической символики.

Если тот факт, что элемент x множества A находится в отношении ρ к элементу y множества A , обозначается с помощью символа $x\rho y$, то как записать тот факт, что элемент x множества A не находится в отношении ρ к элементу y множества A ?

Математическая символика очень последовательна в решении этого вопроса, а именно, тот факт, что элемент x множества A не находится в отношении ρ к элементу y множества A , записывается путем перечеркивания символа R , обозначающего отношение ρ , в записи $x\rho y$.

Вот что написано по этому поводу в книге [7, с. 200–201]: «Отсутствие в школьной математике специального обозначения для отрицания компенсируется тем, что во многих часто встречающихся случаях отрицание предложения обозначается перечеркиванием знака отношения, входящего в состав отрицаемого предложения (например, $\neq$, $\notin$, $\nsubseteq$ и т. п.)».

Можно привести и другие примеры, демонстрирующие, какую важную роль в системе математических символов играет принцип последовательности.

Например, в составе всех символов, обозначающих интегралы (неопределенный, определенный, несобственный, двойной, тройной, криволинейный, поверхностный и т. д.) непременно присутствует один и тот же значок, а именно, значок $\int$. Можно сказать, что этот значок является своеобразной меткой, которая сразу дает понять, что рассматриваемый математический объект является интегралом.

Если первая производная функции f обозначается с помощью одного штриха (f'), то вторая производная функции f обозначается с помощью двух штрихов (f''), а третья производная функции f обозначается с помощью трех штрихов (f'''). Этот факт, несомненно, свидетельствует о соблюдении принципа последовательности при построении математической символики.

Еще пример. В школьных учебниках геометрии точки обозначаются прописными латинскими буквами ($A, B, C, \dots$), прямые обозначаются строчными латинскими буквами ($a, b, c, \dots$), а плоскости обозначаются строчными греческими буквами ($\alpha, \beta, \gamma, \dots$). Соблюдение этого правила тоже является одним из проявлений принципа последовательности математической символики.

Такая же ситуация имеет место в современных научных математических статьях и монографиях. Математические объекты различной природы обозначаются буквами разных алфавитов (латинский и греческий), разного размера (прописные и строчные), а также разного шрифта и начертания (курсив, полужирный, готический и т. д.). Без пунктуального соблюдения принятых правил (то есть без пунктуального соблюдения принципа последовательности обозначений) понимание текста статьи или монографии существенно бы затруднилось, если бы вообще было возможным.

Мы вряд ли ошибемся, если скажем, что соблюдение принципа последовательности математических обозначений значительно способствует превращению совокупности математических символов в стройную и гармоничную систему. Поэтому, по нашему мнению, принцип последовательности математической символики следует рассматривать как важную составную часть принципа системности математической символики.

5. Символы и обозначения

Обсудим еще один достаточно интересный вопрос, а именно, существует ли различие (и если существует, то в чем оно заключается) между понятиями «символ» и «обозначение»?

Вот что написано по поводу понятий «символ» и «обозначение» в книге [1, с. 3–4]: «В математике имеется некоторый набор символов, из которых строятся обозначения. <...> Не всегда по начертанию можно понять – один это символ или несколько. Приведем пример. Среди символов

имеется символ “вертикальная черта”. Далее, знак параллельности изображается с помощью двух вертикальных черт: $\parallel$. Может возникнуть вопрос: считать ли знак параллельности одним самостоятельным символом или рассматривать его как комбинацию из двух символов».

Авторы книги [1, с. 4] предлагают следующее решение этого вопроса: «Символом будем считать такое начертание, для которого можно изготовить “штамп”. При таком подходе знак $\parallel$ можно считать самостоятельным символом. Записи $|x|$, $|AB|$ представляют собой обозначения, они не являются символами, для них не изготавливаются отдельные штампы».

Мы не считаем такой весьма формальный («типографский») критерий различения символов и обозначений правильным, поскольку он, по нашему мнению, не позволяет достаточно глубоко проникнуть в содержательную сторону математической символики.

Изложим суть предлагаемого нами подхода.

Мы предлагаем называть символом любой графический объект или любую совокупность графических объектов. Например, 2 , a , $a+2$, $+a2$, $\forall$, $\forall x$, $x\forall$, $\nexists x \in \mathbf{R} : x^2 \geq 0$ — это все символы. Символы можно разделить (разумеется, достаточно условно) на простые символы (2 , a , $\forall$ и т. д.) и сложные, или составные, символы ($a+2$, $+a2$, $\forall x$ и т. д.).

В каком случае символ становится обозначением? В том случае, если этот символ обозначает какой-то математический объект. Например, символ $a+2$ является обозначением, поскольку он обозначает некоторое действительное число (а именно, действительное число, которое равно сумме чисел a и 2), а символ $+a2$ не является обозначением (во всяком случае, пока кто-то не дал соответствующее определение и не сказал, что конкретно обозначает этот символ).

Таким образом, обозначение — это символ, имеющий определенный смысл, определенное значение. Можно написать следующую символическую формулу:

ОБОЗНАЧЕНИЕ = СИМВОЛ + ЗНАЧЕНИЕ.

С учетом этой формулы представляется далеко не случайным тот факт, что в состав самого слова «обозначение» входит слово «значение».

Что же такое математическая символика? Это ни в коем случае не совокупность всех мыслимых символов (то есть всех мыслимых графических объектов). В состав математической символики входят лишь те символы, которые имеют определенный смысл, определенное значение. Иначе говоря, математическая символика — это совокупность (а точнее, система) обозначений, используемых в том или ином разделе математики.

Заключение

В нашей статье мы постарались показать исключительную важность принципа системности, лежащего в основе построения всей математиче-

ской символики. Этот принцип выступает как интегрирующий принцип для всех остальных, более частных принципов (принцип однозначности, принцип последовательности, принцип преемственности, принцип мотивированности, принцип экономности).

Мы надеемся, что наша статья заинтересовала читателя, и будем очень благодарны за любые комментарии или замечания по затронутым в данной статье вопросам.

Список литературы

1. *Антипов И.Н., Шварцбург Л.С.* Символы, обозначения, понятия школьного курса математики. – М.: Просвещение, 1978. – 64 с.
2. *Гнеденко Б.В.* О математике. 2-е изд. – М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 208 с.
3. *Дорофеев Г.В.* Математика для каждого. М.: Аякс, 1999. – 292 с.
4. *Канторович Л.В., Акилов Г.П.* Функциональный анализ. 4-е изд. – СПб.: Невский Диалект; БХВ-Петербург, 2004. – 816 с.
5. *Костин С.В.* Система обозначений для основных многозначных функций комплексной переменной и для их значений // Математика в высшем образовании. 2009. – № 7. – С. 39–80. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского гос. ун-та, 2009.
6. *Крунич В.И.* Структура и логика процесса обучения математике в средней школе. – М.: МГПИ им. В.И. Ленина, 1985. – 120 с.
7. Современные основы школьного курса математики / Н.Я. Виленкин, К.И. Дуничев, Л.А. Калужнин, А.А. Столяр. – М.: Просвещение, 1980. – 240 с.
8. *Столяр А.А.* Педагогика математики. 3-е изд. – Минск: Вышэйш. шк., 1986. – 414 с.
9. *Хинчин А.Я.* О воспитательном эффекте уроков математики // Математика: Хрестоматия по истории, методологии, дидактике / Ун-т рос. акад. образования; Сост. Г.Д. Глейзер. – М.: Изд-во УРАО, 2001. С. 243–263.

ПРОБЛЕМА КОНТРОЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

Н.Н. Кошелева

*Тольяттинский государственный университет,
г. Тольятти, Самарская обл.*

Аннотация. В статье рассматриваются проблемы, связанные с осуществлением контроля знаний в высшей школе. Перечисляются основные недостатки и ошибки мониторинга знаний студентов.

Ключевые слова: контроль знаний, система контроля, мониторинг, уровень знаний, процесс обучения, формы и методы контроля, эффективность обучения.

В практике традиционного обучения обнаруживаются существенные отрицательные стороны контроля математических знаний. В традиционной системе оценка качества образования не опирается на единую концепцию педагогических измерений, каждым педагогом разрабатывается своя система проверочных заданий, численных эквивалентов уровней знаний, измерителей.

Основными недостатками существующих систем контроля выступают: субъективизм в оценке результатов обучения; эпизодичность контрольных мероприятий; проверка крупных блоков материала; одностраекторность и неразработанность дидактических, педагогических и организационных приемов использования компьютерных и электронно-вычислительных средств; децентрализованное представление и использование результатов контроля, не позволяющих получить целостной системной картины состояния образовательного процесса; отсутствие возможности наиболее полно учитывать индивидуальные особенности контролируемых. Существенной проблемой при проведении массовых испытательных мероприятий является оперирование большими объемами информации, которую требуется подготовить, обработать и проанализировать за малые промежутки времени, а также выбор форм представления и детализации результатов для принятия оптимальных решений на соответствующем уровне в зависимости от поставленных целей.

Необъективность оценки знаний связана в определенной мере с недостаточной разработкой форм и методов контроля [2]. Содержание контроля не охватывает содержания предметной области знаний, не позволяет осуществить диагностику всей системы формируемых знаний, умений, навыков. Количество и последовательность проверочных заданий определяются интуитивно, часто не лучшим образом. Кроме того, к недостаткам существующей практики контроля и оценки знаний следует отнести стихийность, нерациональное использование различных методов и форм контроля, отсутствие дидактической направленности, игнорирование преподавателем характерных особенностей учебного материала и условий работы в коллективе, отсутствие систематичности в ее проведении.

Существует достаточно большая группа исследований по вопросам количественной оценки качества обучения и его эффективности [1]. Выясняются возможности математического аппарата и законов теории вероятности для оценки получаемых результатов, обсуждается применение количественных критериев определения эффективности обучения [3]. Вместе с тем многие авторы сходятся в том, что прежде чем оперировать теми или иными математическими понятиями и формулами, что является в извест-

ной мере техническим вопросом, сначала должна быть установлена специфика педагогических явлений, для чего необходимо содержательно интерпретировать наблюдаемые явления, определить содержательные критерии, которые могут быть получены только педагогическим анализом.

Процесс обучения – сложный многоуровневый объект, к которому применимы различные варианты кибернетических методов и методов математической статистики. Количественная формулировка педагогических закономерностей открывает новые возможности для контроля, для обоснованного предсказания характера педагогических явлений, протекающих в различных условиях, и создания на этой основе нужных рекомендаций для полного и эффективного управления педагогическим процессом, для чего разрабатываются новые для педагогики количественные методы.

Интерпретации должны подвергаться не единичные оценки и тем более не средний балл обучаемого, а величины, отражающие динамику изменения некоторого измеряемого качества, например, овладение обучающимися учебным материалом. Во внимание нужно принимать, прежде всего, полноту, глубину, прочность, оперативность, сознательность знаний и умений обучаемых.

Полнота знаний определяется количеством программных знаний об изучаемом объекте; глубина – совокупностью осознанных существенных связей между соотносимыми знаниями; оперативность – числом ситуаций или способов, в которых обучаемые могут применить то или иное знание; сознательность знаний характеризуется пониманием внутренних закономерностей, проникновением в сущность фактов, явлений, процессов.

Контроль дает необходимый учебный и воспитательный эффект при соблюдении ряда требований. Он должен быть:

- планомерным и систематическим, т. е. осуществляться в соответствии с запланированным ходом учебно-воспитательного процесса, составлять его органическую часть и строиться на основных вопросах программы обучения;

- объективным, позволяющим реально и сопоставимо оценить успехи и недостатки учебной деятельности обучаемых, правильно установить степень овладения знаниями и умениями, исключая субъективные оценочные суждения;

- всесторонним, т. е. наиболее полно выявлять фактический уровень усвоения обучающимися учебной информации, охватывать все разделы программы, обеспечивать проверку не только предметных знаний, но и усвоение мировоззренческих идей, общеучебных и специальных умений и навыков;

- индивидуальным. Овладение знаниями и умениями – процесс индивидуальный. Каждый обучаемый овладевает знаниями и умениями в соответствии со своими психолого-физиологическими особенностями. Ко всем обучаемым предъявляются одинаковые требования в отношении объема,

качества знаний, уровня сформированности умений, но в ряде случаев необходимо принимать во внимание такие индивидуальные качества обучаемых, как природную медлительность, робость, застенчивость, излишнюю самоуверенность, физические недостатки;

– экономичным по затратам времени преподавателя и обучаемых, обеспечивающим анализ проверочных работ и их обстоятельную оценку в сравнительно короткий срок;

– педагогически тактичным, осуществляться в спокойной, деловой обстановке;

– простым, т.е. доступным в применении;

– обозримым, т.е. должна соблюдаться наглядность представления результатов и гласность [4].

Список литературы

1. *Архангельский С.И.* Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы. – М.: Высш. шк., 1980. – 368 с.

2. *Богданова О.С.* Воспитательное значение оценки знаний учащихся: дис. канд. пед. наук. – Ростов, 1991. – С. 34-45.

3. *Зибров П.Ф., Кошелева Н.Н.* Поэтапное тестирование и расчет вероятностной оценки качества знаний студентов: Сб. докл. Всерос. науч.-практ. конф. «Управление качеством подготовки специалистов на основе профессиограмм». – Москва – Тольятти: ТГУ, 2004. – С. 147-150.

4. *Кошелева Н.Н.* Адаптивная технология контроля и оценки результатов обучения студентов вуза: дис. . . канд. пед. наук. – Тольятти, 2006. – С. 5-33.

О НАУЧНЫХ ШКОЛАХ КАФЕДРЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ ЕГУ ИМ. И.А.БУНИНА

(к 20-летию со дня создания кафедры)

*В.П. Кузовлев, О.А. Саввина
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина
г. Елец, Липецкая обл.*

Аннотация. В статье приводится историческая справка о зарождении и развитии кафедры математического анализа и элементарной математики ЕГУ им. И.А. Бунина, анализируется научная деятельность кафедры за последнее десятилетие.

Ключевые слова: история образования, история кафедры математического анализа и элементарной математики ЕГУ им. И.А. Бунина, научные школы

В 2013 г. исполняется 20 лет со дня создания кафедры математического анализа и элементарной математики. Кафедра выделилась в самостоятельную структурную единицу в 1993 году, однако корни ее возникновения уходят гораздо глубже.

В августе 1939 года на базе рабочего факультета и педагогического училища был создан Елецкий учительский институт в составе трех отделений: исторического, филологического и физико-математического. Подготовку студентов осуществляли кафедры основ марксизма-ленинизма и истории, русского языка и литературы, физики и математики.

На кафедре физики и математики уже тогда сложился прекрасный преподавательский состав. Особенно выделялись своим профессионализмом выпускники физико-математического факультета Московского университета А.И. Петров и А.Д. Даев. Заведующим был назначен С.К. Акепсимов.

Расширение и развитие кафедры, прерванное Великой Отечественной войной, возобновилось с ее окончанием. В 1946 году произошли коренные изменения в структуре кафедры физики и математики. Она была разделена на две: кафедру физики во главе с А.Т. Титовым и кафедру математики во главе с Н.Н. Шоластером.

В первые годы своего существования состав новых кафедр был немногочисленным. На кафедре физики работали 2 преподавателя, а на кафедре математики – 3.

Под руководством Н.Н. Шоластера совсем еще молодая кафедра математики крепла и развивалась, преподаватели разрабатывали новые математические дисциплины, одновременно продолжая заниматься научной работой.

Несомненно, первые шаги явились самыми сложными, но они были сделаны уверенно. Новая кафедра отстаивала свое право на существование.

В сентябре 1953 года заведующим кафедрой математики был назначен Т.И. Поподько, который проработал на этой должности совсем недолго.

В этом же году Елецкий учительский институт реорганизуется в педагогический, и вскоре заведующим кафедрой математики назначается К.А. Рупасов.

На 1960-е гг. приходится начало расцвета педагогической деятельности блестящего математика В.Ф. Гузняка, который возглавлял в это время кафедру. Затем, в 1977 г., заведующим был назначен И.И. Белогринов, в 1979 г. – доцент М.А. Агаев, а в 1983 г. – доцент Т.А. Позняк.

В 1980-х гг. на физико-математическом факультете открылись новые специальности, количество дисциплин, преподаваемых на кафедре, увеличилось, и в 1993 г. произошло новое деление кафедры математики на две:

математического анализа и элементарной математики; алгебры и геометрии.

Кафедру математического анализа и элементарной математики до 2005 года продолжала возглавлять Т.А. Позняк. За этот период произошел новый качественный скачок в развитии кафедры, вызванный, в первую очередь, переменой статуса нашего учебного заведения (в 2000 г. Елецкий государственный педагогический институт был преобразован в университет) и появлением новых специальностей непедагогического профиля. На кафедре была открыта аспирантура по методике преподавания математики.

В настоящее время на кафедре действует и докторантура.

Среди основных научных направлений кафедры можно выделить три:

- 1) история и теория математического образования в школе и вузе;
- 2) научно-методическая подготовка учителя математики к работе в профильных классах общеобразовательной школы;
- 3) математический анализ и дифференциальные уравнения.

При этом наиболее результативно действуют научные школы в рамках истории и теории математического образования (руководители: проф. В.П. Кузовлев, проф. Н.Г. Подаева, проф. О.А. Саввина). Представителями этих школ выявлены:

- специфика организации обучения математике в дореволюционной высшей и средней школе [2], [9], [10];
- особенности обучения теории вероятностей в отечественной средней школе [13], [15];
- условия развития вероятностного стиля мышления [3];
- механизмы обеспечения преемственности в обучении аналитической геометрии между школой и вузом [4];
- факторы установления баланса между фундаментальным и прикладным компонентами в математическом образовании будущих учителей физики [7], [8];
- перспективы обучения геометрии младших подростков [11].

Через обсуждение на кафедре прошли диссертационные работы И.Н. Гридчиной (2009 г.), Е.А. Добриной (2007 г.), Л.В. Жук (2007 г.), И.Н. Коноваловой (2006 г.), Р.А. Мельникова (2007 г.), С.В. Щербатых (2006 г.), М.В. Подаева (2011 г.), которые затем были успешно защищены названными соискателями. Неоднократно кафедра осуществляла экспертизы в качестве ведущей организации по кандидатским и докторским диссертациям по специальности 13.00.02 – Теория и методика обучения и воспитания (математика).

Ряд исследований преподаватели нашей кафедры проводят совместно с учеными из других научных центров России. Так, например, в результате сотрудничества Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина, Калужского государственного педагогического университета

им. К.Э. Циолковского и Орловского государственного университета было осуществлено издание серии монографий «Математики-педагоги России. Забытые имена».

Доценты Т.Е. Рыманова, Т.М. Сафронова, Г.А. Симоновская, Н.В. Черноусова продолжают развивать идеи, уходящие корнями в Московскую методико-математическую школу, а доценты Г.Е. Ельчанинова и Т.А. Позняк – в Петербургскую методико-математическую школу [5], [12], [14].

Результаты исследований преподавателей кафедры публикуются в известных периодических изданиях и монографиях. С 2006 г. на кафедре ежегодно выпускается сборник научных трудов «Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. Серия “Педагогика” (История и теория математического образования)».

Год от года растет публикационная активность членов кафедры. Только в 2010-2013 гг. было опубликовано 8 монографий и около 150 научных статей. Остается надеяться, что славные научные традиции кафедры будут и впредь бережно храниться и развиваться.

Список литературы

1. *Аверьянова М.А., Кузовлев В.П., Саввина О.А.* Становление и развитие физико-математического факультета // Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. Вып. 5: Серия «Математика, физика». – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2004. – С.8–22.

2. *Гридчина И.Н., Солосина И.Н.* Голубев Владимир Васильевич // Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. – Вып. 32.: Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2012. – С.32–35.

3. *Дворяткина С.Н.* Развитие вероятностного мышления как существенного компонента профессиональной компетенции специалиста // Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. – Вып. 27.: Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2010. – С.74–82.

4. *Добрина Е.А.* Преемственность в обучении аналитической геометрии между школой и вузом: дис.... канд. пед. наук. – Елец, 2007. – 217с.

5. *Елецких И.А., Сафронова Т.М., Черноусова Н.В.* К вопросу о математической подготовке студентов факультета педагогики и методики начального образования // Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. – Вып. 27.: Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2010. С.85–90.

6. *Ельчанинова Г.Г.* История, специфика и перспективы вузовской дисциплины «Элементарная математика» // Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. – Вып. 32.: Серия «Педагогика»

(История и теория математического образования). – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2012. – С. 87–91.

7. *Мельников Р.А., Саввина О.А.* Проблема соотношения фундаментального и прикладного компонентов в математическом образовании будущих учителей физики // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки, 2006. – Т. 11. № 4. – С. 600–603.

8. *Мельников Р.А.* Становление и развитие операционного исчисления // Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. – Вып.27.: Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2010. – С. 20–24.

9. *Перцев В.В.* Математика в дореволюционной гимназии // Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. – Вып.27.: Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2010. – С.24–29.

10. *Перцев В.В.* Развитие гимназического образования в русской провинции второй половины XIX -начала XX века (на материалах Орловской губернии): дис.... канд. пед. наук. Елец, 2006. – 189 с.

11. *Поддаев М.В.* Развитие мыслительной деятельности младших подростков при обучении геометрии: дис.... канд. пед. наук. Елец, 2011. – 204с.

12. *Рыманова Т.Е.* Моделирование процесса формирования познавательного интереса школьников к математике //Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. – Вып.27.: Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2010. – С.196–201.

13. *Саввина О.А., Щербатых С.В.* Зарождение обучения элементам комбинаторики, теории вероятностей и статистики в дореволюционной школе России // Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. – Вып.11: Серия «История и теория математического образования». – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2006. – С.94–110.

14. *Симоновская Г.А.* Факультативные и элективные курсы в системе школьной подготовки к сдаче ЕГЭ по математике//Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. Вып. 11: Серия «История и теория математического образования». – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2006. – С. 283–285.

15. *Щербатых С.В.* Прикладная направленность обучения стохастике в старших классах средней школы: дис. ... канд. пед. наук. – Елец, 2006.– 228 с.

ЭЛЕКТРОННАЯ КАРТОТЕКА ЕЛЕЦКИХ СТУДЕНТОВ ФИЗМАТА МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ДО 1918 ГОДА

М.В. Леонов, Е.А. Киселева
Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова,
г. Москва

Аннотация. Сообщается о разработанной на факультете ВМК МГУ электронной картотеке для накопления данных по студентам физико-математического факультета Московского университета, учившихся в Елецкой мужской гимназии. Кратко представлена программа для управления этой картотекой. Впервые публикуются малоизвестные данные о двух воспитанниках Елецкой гимназии и Императорского Московского Университета (ИМУ) – математике, ректоре МГУ А.С. Бутягине и ректоре МВТУ, математике и механике И.А. Калининкове.

Ключевые слова: электронная картотека, HTML5, Елецкая мужская гимназия, физмат Московского университета, ректор МГУ А.С. Бутягин, ректор МВТУ И.А. Калининков.

В 2004 году московские историки С.М. Завьялов и В.П. и Л.В. Пушковы опубликовали статью [5], в которой впервые употребили словосочетание «елецкий интеллектуальный феномен». Суть его в том, что в период с 1871 по 1917 год среди выпускников Московского университета примерно 1,2% составляли выпускники гимназии небольшого провинциального города Ельца. Действительно, Елецкая мужская гимназия, открытая в 1871 году, занимает достойное место в истории отечественной культуры. Писатели И.А. Бунин и М.М. Пришвин, нарком здравоохранения Н.А. Семашко, министры Временного правительства С.Л. Маслов и А.И. Шингарев, известный русский философ С.Н. Булгаков, создатель Ботанического сада Тимирязевской академии и крупный ботаник С.И. Ростовцев, основоположник отечественной детской хирургии Д.Е. Горохов, ректор МГУ А.С. Бутягин и ректор МВТУ И.А. Калининков – вот далеко не полный перечень ее воспитанников, которыми можно гордиться.

Таблица выпускников, приведенная в этой статье, послужила отправной точкой нашего проекта «Ельчане и Московский университет». Для нашего проекта эта таблица должна была быть существенно дополнена, так как в исходном виде содержала лишь фамилию, имя, иногда инициал отчества, год окончания и факультет. Мы решили создать полноценную базу данных, содержащую основные биографические сведения об этих людях, включая сведения о родителях, месте рождения и крещения, а также фотографии, если таковые найдутся. При этом речь идет не только о выпускниках мужской гимназии, но и о тех, кто каким-либо образом был связан

с Ельцом. Например, В.В. Розанов – преподаватель гимназии, Ю.А. Бунин, живший в Елецком уезде и приписанный к Елецкому призывному участку, и т.д. Основным источником данных по персоналиям является фонд 418 «Московский университет», содержащий архивные материалы до 1917 года, переданные в Центральный исторический архив Москвы (ныне ЦГАМ) Архивом МГУ. Количество листов в личных делах студентов колеблется от нескольких единиц до нескольких десятков. Некоторые дела содержат по 4–5 фотографий, а во многих других фотографии были утеряны. Когда речь идет о нескольких сотнях персон, без современных технологий обойтись трудно.

С 2008 года в лаборатории вычислительного практикума факультета ВМК МГУ разрабатывается программное обеспечение для автоматизации историко-архивных исследований. Эти программы успешно применяются уже для нескольких проектов по истории МГУ [6]. К таким программам относится и электронная картотека для накопления данных по елецким студентам физмата Московского университета. Структура записи базы данных включает в себя следующие основные поля: фамилия, имя, отчество, дата рождения, год поступления в ИМУ, ФИО отца, ФИО матери, факультет, год окончания. (При этом «год окончания» понимается широко, как последний год пребывания на факультете). Среди дополнительных полей факультет_2, год поступления_2, год окончания_2. Кроме структурированных полей, в БД хранится также краткий конспект содержания дела, с перечислением основных документов, а также выписок из них, в том числе оценки по аттестату, место крещения, фамилии восприемников и т.д. Есть возможность «прикрепления» к основной биографической записи файлов, полученных в результате сканирования фотографий и наиболее интересных (с нашей точки зрения) листов студенческого дела. В качестве таких прикрепленных файлов для некоторых персоналий присутствуют также выписки (и фотографии) из Государственного архива Липецкой области (ГАЛО), книг и других источников.

С программно-технической точки зрения нашу систему можно считать Web-приложением для браузера GoogleChrome, реализованным с использованием языка WebSQL – одного из компонентов новой технологии HTML5. Эти инструментальные средства выбраны неслучайно – они позволяют работать с нашей системой не только на компьютерах с операционной системой (ОС) Windows, но и на набирающих популярность планшетах под управлением ОС Android. Благодаря технологии пакетного ввода, мы имеем возможность при необходимости изменять структуру базы данных и потом без особых трудностей вводить пакет данных заново.

На момент подготовки данного сообщения в нашей картотеке 93 человека, учившихся до 1918 года на физико-математическом факультете Императорского Московского университета (ИМУ). Судьба каждого человека интересна, особенно тех, чья жизнь прошла на переломе эпох. О двух

из них, по разным причинам долгое время остававшихся вне внимания историков, мы хотели бы напомнить. Они этого заслужили.

Алексея Сергеевича Бутыгина иногда называют «самым загадочным» ректором МГУ советского периода. Например, до сих пор неизвестным остается период его жизни с 15 октября 1941 года, когда появилось распоряжение Министра просвещения РСФСР о снятии А.С. Бутыгина с работы, до января 1943 года, когда вышло распоряжение об отмене этого приказа. Одно остается несомненным: его незаурядные способности как организатора и руководителя. Этот вывод напрашивается сам собой, когда листаешь четкие и понятные распоряжения и приказы по университету, изданные во время его руководства, и можешь сравнить с запротоколированной хронологией университета во время его временного отсутствия.

Судьба И.А. Калининкова, старшего современника А.С. Бутыгина, сложилась далеко не так благополучно. При этом он гораздо менее известен в настоящее время, чем А.С. Бутыгин. Но оба они сыграли значительную роль в истории отечественного образования.

А. С. Бутыгин (1881-1958)

Фамилия Бутыгиных была очень известна в Ельце во второй половине XIX и начале XX века, сначала благодаря протоиерею Павлу Николаевичу Бутыгину (деду нашего ректора), потом его детям, известным елецким юристам, а также сыну Константину, который в 1914-1915 годах выпускал газету «Елецкий вестник». До революции Московский университет окончили пять потомков П.Н. Бутыгина – два сына и три внука. На юридическом факультете учились Александр Павлович, Александр Александрович и Павел Сергеевич (родной брат ректора). Диплом лекаря и звание земского врача получил окончивший медицинский факультет Тихон Павлович, а Алексей Сергеевич был оставлен для получения профессорского звания после окончания физико-математического факультета. Дочь Александра Павловича, Варвара Александровна Бутыгина-Ходатаева (1901-1987), стала известной в свое время поэтессой «серебряного века». Согласно сведениям от потомка тверских Бутыгиных, Михаила Александровича Фенчука, сейчас известна родословная елецких Бутыгиных с начала XVIII века – почти все они были священнослужителями. Недавно благодаря дореволюционным личным делам нам удалось установить фамилию матери нашего ректора. Ее звали Пелагеей Алексеевной, девичья фамилия – Волуйская. Фамилия Волуйских не менее известна в Ельце, чем фамилия Бутыгиных, и известна в основном как купеческая, хотя среди Волуйских были, по крайней мере, три врача, окончивших Московский университет.

А.С. Бутыгин родился 6 апреля 1881 года в городе Ельце Орловской губернии в семье присяжного поверенного Елецкого Окружного суда коллежского регистратора Сергея Павловича Бутыгина. Детские годы прошли в доме купцов Ивановых, расположенном на углу теперешней улицы

Профсоюзной и улицы Октябрьской, как раз напротив здания Окружного суда и нотариальной конторы, где теперь располагаются вечерняя и музыкальная школы. Правда, неизвестно, жила ли его семья в угловом двухэтажном здании или одноэтажном флигеле, расположенном рядом. Алексей рано лишился отца, в 1890 году. В Елецкую гимназию, согласно архивным документам, он «поступил в 1-й класс в августе месяце 1891 года по экзамену. До того времени обучался дома» [3]. Были у гимназиста Бутыгина и трудности в учебе. В архивных материалах Елецкой гимназии хранится прошение от вдовы Пелагеи Бутыгиной от 18 августа 1893 года разрешить ему не изучать немецкий язык [3].

В характеристике [4] при переводе в 7-й класс его классный наставник М. Десницкий пишет следующее. «Переходил из класса в класс вплоть до 6 класса, в котором оставлен по малоуспеваемости в русском языке. Способностей хороших, но любит полениться. Есть, по-видимому, излюбленные предметы, которыми он занимается с удовольствием, именно математика и физика, но древними языками занимается настолько, насколько это нужно, чтобы перейти в следующий класс. Манкировки подозрительны, так как судя по наружности, обладает хорошим здоровьем. Поведения хорошего, скромен и благовоспитан».

Далее Алексей Бутыгин переезжает в Москву, где живет его дядя Тихон Павлович, служивший врачом. Именно с его помощью, по сведениям из автобиографии, Алексей поступает в 6-ю Московскую гимназию, которую заканчивает в 1900 году, проучившись там два года. В это время существовало правило, по которому директор гимназии должен был высылать краткую характеристику своего выпускника в канцелярию того университета, куда тот собирался поступать. Алексей Бутыгин был охарактеризован следующим образом. «Бутыгин Алексей – скромен, прилежен, с хорошими задатками для будущего студента» [9]. Чтобы не сложилось впечатление, что выдавались только «приятные» характеристики, приведем характеристики двух его одноклассников.

1. Бельский Павел – нрава общительного, способностей средних. Любим товарищами за мягкость характера. Особенного прилежания не обнаруживал.
2. Гамбурцев Алексей – скромен, необщителен благодаря замкнуто-семейному воспитанию. Нервен и раздражителен.

Аттестат зрелости, выданный Алексею Бутыгину 6-й Московской гимназией, по оформлению невыгодно отличается от елецких аттестатов. В нем, в отличие от елецких аттестатов, не указано, когда родился, в каких других учебных заведениях учился. В аттестате А. Бутыгина есть только одна «тройка» по греческому, остальные – «четверки» и «пятерки».

В 1900 году А.С. Бутыгин поступает в Московский университет. Документов в личном деле студента [8] немного. Это прошение на имя ректора принять на физико-математический факультет, аттестат зрелости, обязательство не вступать ни в какие общества, свидетельство о 5 зачетных полугодиях, свидетельство о том, что 31 июня 1906 года удостоен диплома

первой степени, диплом первой степени, выданный 31 декабря 1906, просьба разрешить пользоваться библиотекой ввиду оставления при университете, просьба принять в число вольноопределяющихся как оставленного при Московском университете для подготовки к профессорскому званию по кафедре чистой математики.

В Архиве Московского университета нам не удалось найти дело А.С. Бутыгина, в котором бы он фигурировал в качестве ректора. Есть только дело Бутыгина-пенсионера, принятого на работу в МГУ на основании приказа замминистра культуры на должность профессора исторического факультета. Приведем здесь конспект послужного списка из этого дела [1].

1906-1917 – преподаватель математики в 3-й мужской гимназии, в Московском реальном училище, на Высших Женских курсах, на Электротехнических курсах.

1917-1920 – работа в Московском Совете.

1920-1924 – ректор Института связи имени Подбельского, влившегося в 1924 году в МВТУ.

1924-1929 – ректор МВТУ имени Баумана.

1932-1937 – зав. кафедрой математики Высшего инженерно-строительного училища, преобразованного в 1932 в Военно-инженерную академию имени Куйбышева.

1937-1943 – ректор Московского университета.

1943-1953 – член Коллегии Министерства высшего образования СССР (начальник отдела учебников, начальник методического управления).

1953 – вышел на пенсию.

В выписке приказа 11 января 1954 года по МГУ говорится: «...по представлению проректора Б.А. Рыбакова зачислить А.С. Бутыгина на должность профессора (без пед. нагрузки) на кафедру истории СССР советского периода». Основание: приказ замминистра культуры «перевести на штатную должность профессора для написания монографии “История университетского образования в СССР”».

Список научных работ небогатый: все-таки в основном он был организатором и государственным деятелем. Первая в списке научных публикаций – работа «Теория алгебраических функций», которая хранится, по его словам, в Архиве МГУ 1908 года. Затем – «Поверхности Римана», на которую есть отзывы профессоров Л.К. Лахтина и Б.К. Млодзиевского. В 1930 году в издательстве Промакадемии имени Сталина вышла работа «Диалектика в математике». Во время его преподавательской деятельности в технических вузах в 1933, 1934, 1935 годах выходят методические разработки под названием «Дополнительные главы по высшей математике», а также «Сборник прикладных задач по высшей математике» (1933 год). В списке также указываются журнальные и газетные статьи по истории Московского университета и его деятельности (в «Вестнике высшей школы», «Известиях», «Учительской газете»). Ему принадлежит также статья о Московском университете в «Советской энциклопедии», статья «История университетского образования в СССР» в сборнике «Высшая школа в

СССР» (1939 г.) В 1951-1952 годах он редактор журнала «Вестник высшей школы».

Умер А.С. Бутягин 26 сентября 1958 года. Похоронен на Новодевичьем кладбище.

И.А. Калинин (1874-1937)

Иван Андреевич Калинин родился 25 октября 1874 года в селе Кроптово Ефремовского уезда Тульской губернии в семье мещанина Андрея Петровича Калинникова. Мать Анна Ивановна – дочь состоятельного помещика. Восемь лет он обучался в Елецкой мужской гимназии, которую окончил в 1894 году. Учился хорошо, на «4» и «5», кроме русского языка и латинского. По аттестату Елецкой гимназии поступил на физико-математический факультет Московского университета, на математическое отделение, и в 1898 году получил диплом первой степени. В личном деле [7] хранится прошение выдать свидетельство о поведении за время пребывания в университете для представления в инспекцию Императорского Московского технического училища. В 1902 году он окончил это учебное заведение в звании инженер-механика и был оставлен преподавателем. С 1906 года был доцентом, а с 1917 по 1924 гг. – профессором, сначала кафедры механической технологии, потом кафедры прикладной механики. Во время Первой мировой войны был главой комитета содействия обороне. В 1910 году опубликовал два издания учебника по материаловедению. С 1920 по 1922 гг. был последним избранным ректором МВТУ.

В это время произошла очень примечательная история. Дело в том, что в апреле 1920 года делается попытка реформировать высшую техническую школу и перейти на трехлетний срок обучения. МВТУ настаивает на четырехлетнем плане. Руководство советского образования решает покончить с самостоятельностью МВТУ и поставить во главе этого вуза послушного человека.

Когда новые власти решили уволить И.А. Калинникова с должности ректора, профессора и преподаватели объявили забастовку. Студенты присоединились к ним, прекратив занятия. Властям пришлось временно отступить. И.А. Калинин был также заведующим кафедрой и лабораторией испытания материалов в Московском горном институте, профессором Военно-воздушной академии. С 1921 года И.А. Калинин – член Президиума Госплана: с 1922 года – назначен председателем промышленной секции Госплана РСФСР, затем — заместителем председателя Госплана СССР. Он – активный участник учреждения Русского общества испытания материалов, один из основных авторов плана первой пятилетки. С 1927 года был председателем Научно-технического совета Всероссийской ассоциации инженеров и редактором журнала «Вестник инженеров». В донесениях ГПУ значился как один из главных организаторов борьбы за автономию высшей школы от государства в Москве.

В 1929 году И.А.Калинников был арестован по делу Промпартии. Его обвинили «в попытке вооружённого свержения советской власти». 7 декабря 1930 И.А. Калинников был приговорен к расстрелу, который потом заменили на 10 лет исправительно-трудового лагеря. Но в 1937 году он был арестован в лагере и расстрелян. Посмертно реабилитирован [2].

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить за помощь профессора ЕГУ им. И.А. Бунина Ольгу Алексеевну Савину, краеведа Татьяну Васильевну Дыкину, Игоря Михайловича Леонова, а также Центральный исторический архив Москвы (ныне именуемый как ЦГАМ), в котором весь 2012 год и до апреля 2013 года принимали наши заказы на бесплатное сканирование листов личных дел студентов Императорского Московского университета

Список литературы

1. Архив МГУ, Фонд 1, Оп. 34, ед. хр. 1204.
2. Высылка вместо расстрела. Депортация интеллигенции в документах ВЧК-ГПУ. 1921-1923 / Сост. В. Макаров, В. Христофоров; комментарии В. Макарова. М.: Русский путь, 2005. – С. 142, 445-446.
3. Государственный архив Липецкой области (ГАЛО). Ф.119, Оп.1, Д.273. Л. 143,146. Прощения родителей учеников.
4. ГАЛО, Ф.119, Оп.1, Д.301 Характеристики учеников 1895-1902 гг.
5. *Завьялов С.М., Пушкин В.П., Пушкин Л.В.* Елецкий интеллектуальный феномен (Воспитанники Елецкой гимназии – выпускники Московского университета. 1881–1916 гг.) // *Философия хозяйства*, 2004. – №4. – С. 9-20.
6. *Леонов М.В., Орлов А.С.* Опыт создания баз данных по истории Московского университета // *Актуальные проблемы Российской цивилизации и методики преподавания истории...* - Саратов: Издательский Центр «Наука», 2013. – С. 216-224.
7. Центральный государственный архив Москвы (ЦГАМ). Ф.418. Оп. 308, Д. 423 Дело о принятии в студенты ИМУ Ивана Калинникова.
8. ЦГАМ. Ф.418. Оп. 314, Д. 98 Дело о принятии в студенты Алексея Бутыгина.
9. ЦГАМ. Ф.418. Оп. 515, Д. 60 Характеристики студентов, выданных средним учебным заведением. Л.20.

К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ НА РАЗВИТИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ УНИВЕРСИТЕТА ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Е.Н. Лыков

*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец, Липецкая обл.*

Аннотация. В статье показана роль прикладных задач при формировании познавательной самостоятельности будущих математиков.

Ключевые слова: познавательная самостоятельность студентов, прикладные задачи, математика.

Как известно, высшая математика является одним из важнейших элементов современного образования. Для всякого сколько-нибудь сложного объекта необходим целый ряд расчётов, которые при помощи средств одной лишь элементарной математики выполнить было бы невозможно.

Однако «основной вклад математики в естествознание состоит вовсе не в формальных вычислениях (или других применениях готовых математических достижений), а в исследовании тех неформальных вопросов, где точное выяснение постановки вопроса (того, что именно следует искать и какие именно модели использовать) составляет обычно полдела» [2].

Математика имеет предметом своего изучения, в отличие от большинства других дисциплин, не непосредственные вещи из окружающего нас мира, а количественные отношения и пространственные формы, свойственные этим вещам. Поэтому перед преподавателем математики стоит нелёгкая задача преодолеть в сознании своих учеников представление о «сухости» своей науки [9].

При обучении математике возникают и другие дополнительные трудности ввиду широкого её использования в разнообразных областях жизни. Нередко специалисты в этих областях совершенно искренне и бесповоротно убеждены, что они лучше других и, в частности, лучше самих математиков знают, в чём смысл математики, как и чему надо учить в ней [5].

Во избежание этих и других трудностей необходимо повысить уровень познавательной самостоятельности студентов, для эффективного развития которой необходимо создать определённые условия. Прежде всего, необходимо направить усилия на развитие мотивационного компонента познавательной самостоятельности.

Мотивационный компонент познавательной самостоятельности характеризуется побуждением к деятельности, которое возникает на основе осознания противоречия между возникшей познавательной потребностью и возможностью её удовлетворения своими силами [6].

Для развития интереса студентам необходимо на занятиях давать различные задачи на практическое содержание, а также задачи, которые имеют оригинальные решения.

Например, при изучении темы «Системы дифференциальных уравнений» студентам может быть предложена следующая задача:

Миноносец охотится за подводной лодкой в густом тумане. В какой-то момент времени туман поднимается и подводная лодка оказывается обнаруженной на поверхности воды на расстоянии 3 миль от миноносца. Скорость миноносца вдвое больше скорости подводной лодки. Требуется определить траекторию (кривую погони), по которой должен следовать миноносец, чтобы он прошёл точно над подводной лодкой, если последняя сразу же погрузилась после её обнаружения и ушла на полной скорости прямым курсом в неизвестном направлении [1, с.38].

Решение данной задачи сводится к решению системы дифференци-

альных уравнений:
$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v, \\ r \frac{d\Theta}{dt} = \sqrt{3}v. \end{cases}$$
 где v – скорость подводной лодки,

$\frac{dr}{dt}$ – скорость, с которой миноносец удаляется от полюса, а $r \frac{d\Theta}{dt}$ – линейная скорость вращения миноносца относительно полюса.

Дифференциальные уравнения дают возможность решать многие вопросы общетехнических и специальных прикладных дисциплин: физики, теоретической механики, сопротивления материалов, гидравлики, химии, биологии, экономики. Поэтому приведенный пример не является единственным, можно привести бесконечное множество других ещё более интересных и оригинальных задач.

Необходимо отметить, что прежде чем рассматривать вопрос о содержании и методах обучения, реализующих познавательную самостоятельность студентов, следует решить общую задачу: на какие стороны психологии обучения следует обращать главное внимание и какими основными принципами следует при этом руководствоваться, чтобы учебный процесс был наиболее успешным. Таким принципом является внушение студенту уверенности в его собственных силах и помощи ему, когда для него это необходимо [5].

Внушению уверенности может способствовать развитие у студента познавательной самостоятельности. В этом случае и окажутся полезными прикладные задачи.

В прикладных задачах непосредственно задаётся «нематематический» объект: явление природы, производственный процесс, конструкция, система управления, экономический план и другое. Исследование начинается с формализации объекта, с построения соответствующей математической модели: выделяются его наиболее существенные черты и свойства, которые описываются с помощью математических уравнений [8].

Известны разные определения прикладной задачи. По Н.А. Терешину, под прикладной задачей понимается задача, поставленная из вне математики и решаемая математическими средствами [7]. По мнению А.Б. Дмитриевой, прикладная задача – это задача, описывающая реальную или приближённую к реальной ситуацию и решаемая математическими методами [3].

Решение прикладных задач играет огромную роль не только в математическом образовании, но и в общем психологическом и личностном развитии студентов. В процессе осознанного решения задач достигаются специфические цели математического образования и развиваются высшие психические функции решающих, укрепляются и развиваются волевые черты их характера, формируются такие качества личности, как разумный и устойчивый стиль деятельности, ответственность за начатое дело и потребность доведения его до конца, творческая инициатива и многие другие важнейшие качества [4].

Прикладные задачи, используемые на занятиях по математике, иногда не имеют явного практического значения или могут показаться, к сожалению, устаревшими, поскольку при решении используются приближённые математические модели (на разных уровнях математической подготовки эти модели уточняются, усложняются, учитываются другие, ранее не известные, свойства объекта, приближая математическую модель к реальной действительности). Однако с педагогической точки зрения значение прикладных задач очень велико. Они могут существенно повлиять на развитие будущего математика, заинтересовать, причём не только самим содержанием, но и математическим решением проблемы, привить математический взгляд на решение различных жизненных ситуаций. При этом развиваются познавательная самостоятельность и математическая культура будущего специалиста.

Список литературы

1. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. – М.: УРСС, 2003. – 208 с.
2. Арнольд В.И. Математическое понимание природы. – М.: МЦНМО, 2011. – 144 с.
3. Дмитриева А.Б. Самостоятельная работа по решению прикладных задач в курсе математики как условие повышения профессиональной подготовки обучения в вузе: автореф. дис. ... канд. пед. наук. – М., 2004. – 18 с.
4. Кузьменко О.И. К вопросу о понятии профессионально-ориентированной математической задачи в теории обучения математики // Альманах современной науки и образования. – Тамбов: Грамота, 2011, №11(54), с.106 – 109.

5. *Кудрявцев Л.Д.* Мысли о современной математике и её изучении. – М.: Наука, 1977. – 112с.

6. *Саранцев Г.И.* Формирование познавательной самостоятельности студентов педвузов в процессе изучения математических дисциплин и методики преподавания математики. – Саранск: МГПИ, 1997. – 160с.

7. *Терешин Н.А.* Прикладная направленность школьного курса математики. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.

8. *Тихонов А.Н., Костомаров Д.П.* Рассказы о прикладной математике. – М.: Наука, 1979. – 206 с.

9. *Хинчин А.Я.* Педагогические статьи. – М.: Издательство Академии педагогических наук РСФСР, 1963. – 196 с.

К ВОПРОСУ О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПРОГНОЗИРОВАНИИ

Е.А. Невокшинова
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец, Липецкая обл.

Аннотация. В статье проанализированы необходимость и составляющие математического прогнозирования.

Ключевые слова: математическое прогнозирование, модель, математическая модель, построение моделей.

Составляющие математического прогнозирования применялись с самого истока выхода в свет точных наук. Сама постановка вопроса математического прогнозирования какого-либо объекта дает точный план действий. Его позволительно символически разбить на 3 шага: модель - метод – программа.

На главном шаге основывается «эквивалент» объекта, отражающий в математической форме важные характеристики, коим он подчиняется. 2-й шаг – отбор метода для реализации модели на компьютере. На 3-м шаге – создание программ, переводящих модель на компьютерный язык, и сопоставление с объектом.

В последние годы развернулась оживленная дискуссия относительно главного направления назревшей реформы, или, как в данный момент принято говорить, модернизации образования. «Модернизация образования нужна для восстановления духовности русского народа, закрепления его государственного самосознания, взлета производительных сил и восстановления экономики России» [1].

«Нужно осуществить подготовку профессионалов сообразно всем граням общественной сферы. Природно-научное образование на различных уровнях – единственное, что у нас есть кроме нефти» [2].

В процессе пересмотра единых программ по математике (как в средней, так и высшей школе) видится нужным предугадать три взаимосвязных блока:

- 1) математические текстуры и способы их разбора;
- 2) математические модели и прогнозирование разных действий и явлений;
- 3) вычислительная математика и компьютерные технологии.

«Знание, позволяющее составлять адекватные математические модели настоящих ситуаций, обязано составлять неотъемлемую часть математического воспитания» [3]. К математическому прогнозированию в школьном курсе арифметики разрешено отнести текстовые и геометрические задачи, а еще задачи с параметрами (в основном на изучение квадратичной функции). Математическое прогнозирование требует точной формулировки главных мнений и догадок, многостороннего теста адекватности применяемых моделей, гарантированной пунктуальности вычислительных алгоритмов и т. д. [7]. Главные подходы к построению простых математических моделей – фундаментальные законы природы, вариационные взгляды, использование аналогий [7]. В большом количестве случаев при попытке выстроить модель объекта невозможно прямо указать фундаментальные законы, коим он покоряется, или вообще недостает убежденности в существовании схожих законов. Конструктивным раскладом к таковым объектам считается внедрение аналогий с ранее выученными действиями. Использование аналогий базируется на одном из важных параметров моделей – их универсальности, т.е. их приложимости к объектам сознательно.

Процесс построения моделей символически разбит на рубежи:

- 1) словесно-смысловое отображение объекта либо действия; формулировка предмодели;
- 2) запись догадок сообразно способности в математической форме;
- 3) отбор закона, формулировка принципа либо поиск выученной аналогичности, которым покоряется предмет, его запись в математической форме;
- 4) формулировка цели изучения модели;
- 5) исследование возведенной модели всеми легкодоступными способами;
- 6) соотношение приобретенной модели объекту и сформулированным догадкам.

Математика практически принуждает, приучает ставить вопросы «Отчего?», «Правильно ли?», она обучает докапываться до основ, подчинять сомнению, в том числе и то, что будто видится совсем светлым [4]. Огромное обилие средних учебных заведений и классов самого разного профиля определили сейчас с особенной остротой дилемму обучения арифметике. Нескончаемые вопросы: «Чему учать?» и «Как изучать?» звучат в данный момент в особенности злободневно. Требования к сокращению часов, уплотнению учебного содержания и, как следствие, поврежде-

ние математической строгости изложения предмета обедняет преподавание арифметики (в особенности в классах не физико-математического профиля).

В данный момент математическое прогнозирование вступает в следующий шаг собственного становления, «встраиваясь» в текстуры информационного сообщества.

Список литературы

1. Амелькин В.В., Рабцевич В.Л. Задачи с параметрами. Справочное пособие по математике. – Минск: Асар, 1996. – 464с.
2. Аносов Д.В. Реформа школы: за и против // Образование, которое мы можем потерять; под общ. ред. ректора МГУ акад. В.А. Садовниченко. – М.: МГУ. Инст-т компьют. исслед-й, 2002. – С. 25-38.
3. Арнольд В.И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели. – М.: МЦНМО, 2000. – 31с.
4. Мельников И.И. Научно-методические и организационные проблемы взаимодействия высшей и средней школы в области математического образования // Ломоносовские чтения 99. Секция «Методические проблемы непрерывного образования». – М.: УНЦ ДО МГУ, 1999. С.1-7.
5. Мельников И.И. Рычаг и опора // Образование, которое мы можем потерять; под общ. ред. академика В.А. Садовниченко – М.: МГУ; Инст-т компьют. исслед., 2002. – С. 71-80.
6. Тихомиров В.М. Математическое образование // Математика в образовании и воспитании. (Сост. В.Б. Филиппов). – М.: ФАЗИС, 2000. – С.163-176.
7. Фисенко Т.Н., Шивринская Е.В. Конкурсные задачи на $\min$ -тах как прообраз задач математического программирования // IV Международная конференция женщин математиков «Математика. Моделирование. Экология»: Тез. док. – Волгоград: Изд-во ВолГУ, 1996. – С. 128.

СТАНОВЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КУРСОВ В ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ШКОЛЕ

*А.А. Никитин, А.С. Марковичев, Ю.В. Михеев
Институт педагогических исследований одаренности детей
Российской академии образования,
г. Новосибирск*

Аннотация. В этом году исполнилось 50 лет со дня создания специализированных школ-интернатов физико-математического и химико-биологического профиля. В статье рассказывается об историческом опыте становления и развития Новосибирской физико-математической школы.

Ключевые слова: история школ-интернатов физико-математического профиля.

23 августа 1963 года по инициативе ведущих ученых страны, среди которых отметим в первую очередь академиков М.А. Лаврентьева и А.Н. Колмогорова, и при поддержке Академии наук было принято постановление Совета Министров СССР «Об организации специализированных школ-интернатов физико-математического и химико-биологического профиля». Отметим, что еще 21 января 1963 года профессором А.А. Ляпуновым была прочитана первая лекция в физико-математической школе при Новосибирском государственном университете, а с началом нового учебного года были открыты ФМШ в Москве, Ленинграде и Киеве.

Появление специализированных физико-математических школ потребовало решить ряд сложных задач по формированию новых программ обучения математике и естественнонаучным дисциплинам и по разработке новых методик и учебников, предназначенных для учащихся этих школ. Конечно, учащиеся проходили надлежащий отбор, поскольку специализированное математическое образование в физико-математических школах является обучением высокого уровня, требующим от учеников наличия определенных способностей. Однако, как показал конкретный опыт, для успешного обучения в ФМШ совсем необязательно иметь ярко выраженные математические способности, тем более способности, необходимые для достижения высоких результатов на математических олимпиадах школьников. Пожалуй, наиболее важным представляется мотивированность учащихся на получение физико-математического образования, нацеленность на самостоятельную работу, пытливость и любознательность. Становление математических курсов во всех четырех ФМШ имело существенные общие черты, несмотря на многие отличия в деталях. В настоящей статье мы приводим эскиз этого процесса в Новосибирской ФМШ.

С самого начала работы школы интерес ведущих математиков Сибирского отделения Академии наук к своему детищу был огромен. Перед учащимися ФМШ неоднократно выступали академики М.А. Лаврентьев, С.Л. Соболев, А.И. Мальцев, Л.В. Канторович, А.Д. Александров, читали лекции (в том числе вели спецкурсы и основной курс) академики Г.И. Марчук, Ю.Л. Ершов, М.М. Лаврентьев, Ю.Г. Решетняк, Ю.И. Шокин, Н.Н. Яненко, члены-корреспонденты Академии наук А.А. Ляпунов, А.И. Ширшов, С.С. Гончаров и другие. Руководство деятельностью ФМШ всегда осуществлял Ученый совет, в состав которого входили известные ученые. Таким образом, формирование математических курсов носило во многом коллективный характер, использовало опыт выдающихся математиков, приобретенный ими при проведении математических олимпиад школьников, математических кружков при университетах и т.д., и в силу сложности

и внутренней противоречивости задачи определения содержания и методов преподавания не всегда был прямолинейным и поступательным.

Существенное, может быть даже определяющее, влияние на формирование курса математики в Новосибирской физико-математической школе в первые годы ее существования оказал Алексей Андреевич Ляпунов, бывший вначале заместителем председателя, а затем председателем Ученого совета ФМШ. Приведем большую выдержку из его статьи 1968 года «О преподавании физико-математических и естественных наук в физмат-школе при НГУ» [1].

«В физико-математической школе изучаются математические объекты, взятые несколько шире, чем в обычной средней школе, и к их изучению привлекаются всевозможные математические методы. На примере изучения этих объектов ученики подготавливаются к восприятию общих систем понятий. Таким образом, в физико-математической школе нельзя было взять за основу ни одну из распространенных у нас систем преподавания математики.

Весь курс математики излагается как единое целое без расчленения на отдельные математические дисциплины. При изложении новых разделов курса мне всегда кажется, что основная задача преподавания состоит в том, чтобы довести до сознания слушателя необходимость разработки соответствующего раздела. С этой целью я постараюсь начать с внешних задач, проанализировать их постановку, показать их решение новыми методами и затем уже в порядке обобщения изложить основы метода и показать его применение к ряду других конкретных случаев.

Так, например, курс 9 класса начинается с дифференциального и интегрального исчисления. Изложение этого раздела строится следующим образом. Начинают с рассмотрения задачи о скорости прямолинейного движения и определяют скорость в данный момент времени. Затем рассматривается вопрос о направлении кривой в данной ее точке, дается понятие касательной, обычное выражение для тангенса ее наклона. После этого вводится понятие производной. Далее выводятся основные формулы дифференцирования и решается ряд конкретных задач на определение скорости прямолинейного движения и положения касательной к данной кривой.

Понятие интеграла вводится одновременно с понятием производной. Рассматривается задача об определении пройденного пути при прямолинейном движении, а также задача об отыскании приращения функции, если для всякого значения аргумента известен наклон касательной. Решение этих задач приводит к понятию определенного интеграла. Взаимная обратность задач о нахождении скорости и пройденного пути позволяет констатировать взаимную обратность задач дифференцирования и интегрирования. Затем устанавливается формула Ньютона – Лейбница. При этом теорема Лагранжа о конечном приращении не доказывается, а только форму-

лируется и поясняется геометрически. После этого из формул дифференцирования получают формулы интегрирования. Большое внимание уделяется при этом наглядности основных понятий и геометрическим иллюстрациям. Весь этот материал укладывается примерно в 2–3 лекции. ... Мне кажется, что такое изложение вполне доступно для школьников. Здесь удаётся познакомить их с основными понятиями дифференциального и интегрального исчисления, дать им основу аппарата и некоторые сведения о применении к физике и геометрии. Понятие предельного перехода используется в таком изложении на интуитивном уровне ... Задачи физики, механики и геометрии дают возможность подготовить почву для изучения дифференциального и интегрального исчисления».

Отметим некоторые методические принципы преподавания математики в физико-математической школе, которые были сформулированы А.А. Ляпуновым в цитируемой и некоторых других статьях.

Курс математики является единым. Он не расщепляется на отдельные дисциплины, излагаемые параллельно, а членится лишь на главы, излагаемые последовательно.

Необходимо строить курс в ФМШ в расчёте на то, чтобы в максимальной степени подготовить учащихся к чтению современной математической литературы.

При изложении курса математики необходимо довести до сознания слушателей важность изучения каждой очередной главы математики.

Нужно уделять сугубое внимание постановке задач и показу того, как новые математические идеи позволяют решать эти задачи. Чрезвычайно важно, чтобы новые идеи математики возникли в процессе решения задач и чтобы их необходимость становилась очевидной для школьников. Но важно на первых порах при сообщении новой идеи, на базе которой будет развиваться теория, показать, что эта идея возникает из конкретных задач и даёт возможность их решать.

Очень важно подчёркивать, что математические идеи позволяют решать задачи внешние по отношению к соответствующим областям математики.

Следует привить школьникам точку зрения, что математика является наиболее мощным мыслительным орудием человека и что её роль для человечества состоит в решении трудных задач, происходящих из разных других областей человеческой деятельности.

С начала 70-х годов, когда организация преподавания математики была поручена кафедре высшей математики НГУ, возглавляемой профессором Д.М. Смирновым, основной курс математики стал систематическим курсом, естественным образом продолжающим и углубляющим программу по математике общеобразовательной школы и органически соединяющим в себе элементарную математику с элементами высшей. Основной курс стал содержать много наглядно-геометрического материала. В то же время в нем большое внимание было уделено чисто логической и качественной

стороне. Преподавание математики было направлено на накопление фактов и, особенно, разнообразных связей, на которых базируется современный университетский курс математики [3].

Через 25 лет после организации специализированных школ-интернатов физико-математического и химико-биологического профиля был сделан очередной шаг на пути совершенствования работы с талантливейшей молодежью. В соответствии с постановлением Совета Министров СССР от 21 октября 1988 года на базе Московской и Новосибирской физматшкол были учреждены Специализированные учебно-научные центры (СУНЦ) физико-математического и химико-биологического профиля Московского и Новосибирского государственных университетов, в состав которых вошли не только специализированные школы, но и кафедры профессорско-преподавательского состава и научно-исследовательские лаборатории.

Подготовка учащихся в СУНЦ НГУ ведется по единой системе, не предполагающей ранней узкой специализации, и в соответствии с учебными программами для средних общеобразовательных школ России, но расширенными и углубленными по основным профильным предметам: математике, физике, информатике, химии, биологии и экономике.

Ученый совет утверждает учебные планы, программы учебных курсов и утверждает лекторов и преподавателей. Конкретную работу по формированию программ, определению содержания и методов преподавания математических курсов ведет кафедра математических наук СУНЦ и ММФ НГУ.

Учебный процесс по математике построен с максимально возможным приближением к вузовской системе обучения и включает основной лекционный курс математики, практические (семинарские) занятия, систему специальных курсов и спецсеминаров. По учебному плану в неделю на математику отводится 2 часа лекций и 6 часов практических занятий. Практические занятия проходят в группах по 12-15 человек, лекции читаются лекционным потокам из 2-3 классов. В конце каждого семестра учащиеся сдают письменный и устный экзамен по математике. Основными критериями подбора преподавателей – личная научная и творческая активность, желание и умение работать со школьниками. В настоящее время значительная часть преподавателей математики – это выпускники ФМШ.

В качестве основной цели преподавания математики в Новосибирской ФМШ с самого начала ставилось не столько полное и подробное изучение тех или иных разделов высшей математики, а создание цельного восприятия математики как науки за счет изложения основополагающих фундаментальных идей, определивших главные направления развития современной математики. Такой подход, с одной стороны, позволяет избежать дублирования курсов математики высшей школы, а с другой – сни-

жает барьер между общеобразовательной и высшей школами и обеспечивает цикличность и постепенность в восприятии математических идей.

Главное внимание обращается на основные математические структуры. При этом не только показывается общность методов, но и происходит знакомство с содержательными примерами математических объектов, владение которыми впоследствии облегчит восприятие более сложных и абстрактных теорий. Дать представление о математике невозможно без демонстрации логических рассуждений – внутренних математических механизмов, позволяющих получать и проверять новые факты. Исключительно важно донести до ученика естественность возникновения математических понятий, наряду с аксиоматическим методом обучить экспериментальным и интуитивным способам «угадывания» истины, действиям по аналогии, воспитать творческий подход в математической деятельности и развить математическую культуру. Не следует забывать, что значительная часть учеников выбирают своей профессией не математику, их мышление отнюдь не всегда имеет формально-логический характер, тем более что и в работе профессионального математика определяющими часто являются образные и интуитивные моменты.

Программа по математике на каждом лекционном потоке отражает индивидуальные интересы лектора, однако во всех программах так или иначе представлены основные направления. Чтобы дать об этом более ясные представления, приведем краткое перечисление тем программ общего курса математики одного из двухгодичных потоков.

I семестр. Множества и функции, элементы математической логики, индукция и комбинаторика, элементы теории чисел, рациональные и действительные числа, начала стереометрии. Отметим, что в рамках знакомства с основными теоретико-множественными понятиями и языком происходит повторение некоторых вопросов планиметрии, в частности, рассматриваются задачи на геометрические места точек.

II семестр. Последовательности и их пределы, векторы на плоскости и в пространстве, тригонометрические функции, логарифмическая и показательная функции, предел функции и непрерывность, параллельность и перпендикулярность в пространстве, сечения многогранников.

III семестр. Производная, первообразная и неопределенный интеграл, простейшие дифференциальные уравнения, площадь, объем и определенный интеграл, многогранники и тела вращения.

IV семестр. Комплексные числа, формула Эйлера, дробно-линейные преобразования, инверсия, многочлены, интерполяция, формула Тейлора, избранные задачи вступительных экзаменов в ведущие вузы.

Одна из центральных задач СУНЦ – развитие творческих способностей школьников. Эта задача решается как на основных занятиях по математике, так и на других направлениях обучения, в особенности через систему спецкурсов и спецсеминаров, индивидуальную работу с научным ру-

ководителем. Ученики, серьезно занимающиеся на спецкурсах, как правило, проводят небольшие самостоятельные исследования и с полученными результатами выступают на международной студенческой конференции, ежегодно проводимой НГУ.

Последние пять лет на каждом лекционном потоке учащиеся каждый семестр выбирают один из предметов «дополнительной специализации» – математику, физику, химию или биологию и слушают добавочные лекции по этой дисциплине. Лекции читает обычно лектор основного курса или его наиболее опытный ассистент. Существуют разные возможности отбора материала и организации занятий дополнительного курса [2].

Обучение в специализированной школе позволяет одаренному учащемуся продвигаться со свойственной ему скоростью, чему способствует интеллектуальное сотрудничество-соперничество в среде примерно столь же развитых одноклассников. Подростки получают уникальные возможности многостороннего развития своей личности. Напряженная учебная работа, атмосфера творческого поиска и интеллектуальной свободы воспитывают целеустремленность, работоспособность, организованность, создают возможности для развития и раскрытия интеллектуальных способностей. Обучение математике особенно развивает умение думать, анализировать, искать и находить первопричины событий окружающего мира. Многие выпускники школы стали известными учеными.

В последние годы коллективом авторов из числа профессорско-преподавательского состава НГУ и СУНЦ НГУ под руководством академика РАО А.А. Никитина и академика РАН В.В. Козлова разработан и издается многоуровневый учебно-методический комплекс по математике для 5-11 классов средней общеобразовательной школы, позволяющий осуществлять специализированное (профильное и предпрофильное) обучение математике.

Список литературы

1. Алексей Андреевич Ляпунов / Редакторы-составители Н. А. Ляпунова, Я. И. Фет. – Новосибирск: Филиал «Гео» Издательства СО РАН, Издательство ИВМиМГ СО РАН, 2001.
2. Никитин А.А., Марковичев А.С. Опыт специализированного преподавания математики / Вестник Новосибирского государственного университета, Серия: Педагогика, 2008. – Т. 9, в. 1. – С. 3-20.
3. Смирнов Д.М. Преподавание математики в физико-математической школе при Новосибирском университете / в сб. Олимпиады, алгебра, комбинаторика. – Новосибирск: Наука, 1979.

ПРИМЕНЕНИЕ ЭПИСТЕМОДИДАКТИЧЕСКИХ ОЦЕНОК И СРАВНЕНИЙ УРОВНЕЙ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

О.А. Никитина

*Институт педагогических исследований одаренности детей
Российской академии образования,
г. Новосибирск*

Аннотация. В работе представлено применение эпистемодидактических оценок и сравнений уровней учебного материала из многоуровневого учебника по математике для одиннадцатого класса общеобразовательной школы.

Ключевые слова: эпистема, эпистемодидактическая единица измерения, уровень обучения, математика.

В работе А.А. Никитина, А.П. Ефремова, И.В. Силантьева [3, с. 4] в 2006 году было введено понятие эпистемы с точки зрения педагогики как некоторой условной единицы измерения.

Предположим, что зафиксирована некоторая эпистема e , которую в некотором смысле принимаем за единицу измерения эпистем (измерение может производиться с учетом объема материала, времени изучения, уровней обучения и т.д.). Будем такую эпистему e называть эпистемодидактической единицей измерения.

Рассмотрим применение эпистемодидактических представлений и оценок уровней учебного материала по математике для многоуровневого учебника [2] для одиннадцатого класса общеобразовательной школы, в котором предложен вариант реализации программы профильного обучения [1].

Каждый параграф изложения курса математики может содержать пункты, относящиеся к базовому, углубленному и профильному уровням обучения.

Предположим, что при изучении эпистемы A : на первом (базовом) уровне A приравнивается к одной эпистемодидактической единице e ; на втором (углубленном) уровне эпистема A составляет k эпистемодидактических единиц e , т.е. в k раз больше ($1 \cdot k$ эпистемодидактических единиц e); для изучения этой же эпистемы A на третьем уровне (по отношению ко второму уровню) эпистема A составляет в m эпистемодидактических единиц больше, т.е. составляет $1 \cdot k \cdot m$ эпистемодидактических единиц e , или $k \cdot m$ единиц e .

Если для изучения одна эпистема B на первом (базовом) уровне приравнивается к n эпистемодидактическим единицам e , то при изучении на втором (углубленном) уровне эпистема B составляет в k раз больше эпистемодидактических единиц e , (т.е. $n \cdot k$ единиц e), а при изучении на третьем уровне (по отношению ко второму уровню) эпистема B составляет в m раз больше эпистемодидактических единиц e (т.е. $n \cdot k \cdot m$ единиц e).

С учетом этих коэффициентов можно рассматривать, сколько эпистемодидактических единиц e составляет изучение эпистем: 1) на втором уровне по сравнению с первым уровнем; 2) на третьем уровне по сравнению со вторым уровнем; 3) на третьем уровне по сравнению с первым уровнем. В результате получаем, что если на первом уровне имеется p эпистем и, кроме того, изучается q эпистем второго уровня в дополнение к первому уровню, а также изучается r эпистем третьего уровня в дополнение к первому и второму уровням, то взвешенное количество эпистемодидактических единиц e суммарно составляет $n \cdot p + n \cdot k \cdot q + n \cdot k \cdot m \cdot r$. В результате получаем разбиение эпистем по уровням обучения (рис. 1).

	1 уровень	2 уровень	3 уровень
Эпистемы первого уровня	p	p	p
Эпистемы первого уровня, которые относятся к эпистемам второго уровня		q_1	q_1
Эпистемы второго уровня		q_2	q_2
Эпистемы первого уровня, которые относятся к эпистемам третьего уровня			r_1
Эпистемы второго уровня, которые относятся к эпистемам третьего уровня			r_2
Эпистемы третьего уровня			r_3

Рис. 1. Распределение эпистем по уровням обучения

Для простоты изложения положим, что $q_1 = q_2 = q$, $r_1 = r_2 = r_3 = r$. Исходя из этого, получаем разбиение на взвешенные эпистемодидактические единицы по уровням обучения (рис. 2).

	1 уровень	2 уровень	3 уровень
Эпистемы первого уровня	$n \cdot p$	$n \cdot p$	$n \cdot p$
Эпистемы первого уровня, которые относятся к эпистемам второго уровня		$n \cdot q$	$n \cdot q$
Эпистемы второго уровня		$n \cdot (k-1) \cdot q$	$n \cdot (k-1) \cdot q$
Эпистемы первого уровня, которые относятся к эпистемам третьего уровня			$n \cdot r$
Эпистемы второго уровня, которые относятся к эпистемам третьего уровня			$n \cdot (k-1) \cdot r$
Эпистемы третьего уровня			$n \cdot k \cdot (m-1) \cdot r$

Рис. 2. Распределение взвешенных эпистемодидактических единиц по уровням обучения

Общее количество эпистем составляет $(p + q + r)$. Поэтому взвешенное значение эпистемодидактических единиц первого уровня равно $n \cdot p + n \cdot q + n \cdot r$.

Общее взвешенное значение эпистемодидактических единиц второго уровня равно $n \cdot (p + q + r) + n \cdot (k-1) \cdot (q + r)$, которое включает изучение всех эпистем первого уровня и всех эпистем второго уровня.

Общее взвешенное значение эпистемодидактических единиц третьего уровня равно $n \cdot (p + q + r) + n \cdot (k-1) \cdot (q + r) + n \cdot k \cdot (m-1) \cdot r$, которое включает изучение всех эпистем первого уровня, всех эпистем второго уровня и всех эпистем третьего уровня. Преобразуя это значение, в итоге получим $n \cdot p + n \cdot k \cdot q + n \cdot k \cdot m \cdot r$.

На основании экспертных оценок, полагаем: 1) $n=1$; 2) $k=1,5$; 3) $k \cdot m=2$; 4) во втором столбце табл. 1 выражения «без *», «с одной *», «с двумя **» соответственно означает выбор эпистемы первого, второго и третьего уровня.

В результате получаем некоторую количественную характеристику соотношения уровней обучения (базового, углубленного, профильного) для учебного материала по математике, многоуровневого учебника [2] одиннадцатого класса общеобразовательной школы (табл. 1).

Таблица 1. Математика 11 класс. Три уровня обучения

Наименования тем	Количество эпистем без *	Количество эпистем с одной *	Количество эпистем с двумя **	Итого
1 уровень обучения	220	11	0	231
2 уровень обучения	279	44	51	374
<i>взвешенное значение</i>	279	66	76,5	421,5
3 уровень обучения	265	40	130	435
<i>взвешенное значение</i>	265	60	260	585

Получаем, что разность взвешенных значений на втором и первом уровнях составляет 190,5 эпистемодидактических единиц, что составляет примерно 82% к первому уровню обучения.

Разность взвешенных значений на третьем и втором уровнях составляет 163,5 эпистемодидактических единиц, что составляет примерно 39% ко второму уровню обучения.

Разность взвешенных значений на третьем и первом уровнях составляет 354 эпистемодидактические единицы, что составляет примерно 153% к первому уровню обучения.

Полученные количественные характеристики позволяют сопоставлять материал первого (базового), второго (углубленного), третьего (профильного) уровней.

Вообще говоря, уровней обучения может быть несколько. Коэффициенты, используемые в расчетах, могут зависеть от объема материала, времени изучения и т.д.

Использование аналогичных расчетов и рассуждений (с учетом экспертных оценок) позволяет, например, сравнивать различные учебники по одной или нескольким дисциплинам, а также программы курсов, стандарты, проводить сравнение различных систем обучения, в том числе в России и за рубежом.

Список литературы

1. Белоносов В.С., Козлов В.В., Мальцев А.А., Марковичев А.С., Михеев Ю.В., Никитин А.А., Фокин М.В. Программа многоуровневого курса математики с 5 по 11 класс / Под редакцией В.В. Козлова и А.А. Никитина. – Москва, Новосибирск, 2011. – 204 с.

2. *Те же*. Математика. Учебник для 11 класса общеобразовательных учебных заведений / Под редакцией В.В. Козлова и А.А. Никитина. – Новосибирск: ИПИО РАО, 2011. – 400 с.

3. Никитин А.А., Ефремов А.П., Силантьев И.В. Анализ системы зачетных единиц: от высшей школы к профильному обучению и специализированной подготовке в общеобразовательной школе / Под ред. А.А. Никитина. – Новосибирск: РИЦ НГУ, 2006. – 200 с.

ВИДЫ ТЕСТОВ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА»

Е.С. Павлова

*Тольяттинский государственный университет,
г. Тольятти, Самарская область*

Аннотация. Организация компьютерного тестирования включает в себя создание самих тестов. Нами разработаны следующие виды тестов: тесты, содержащие вопросы с выборочным ответом; тесты, содержащие вопросы с двоичным ответом; открытый тест.

Ключевые слова: информационные технологии, компьютерное тестирование по математике, контроль и оценка результатов обучения, виды тестов.

Применение информационных технологий позволило произвести компьютеризацию учебного процесса в вузе, и поэтому метод компьютерного тестирования все чаще рассматривается как средство радикального преобразования учебного процесса в сторону его технологизации и снижения трудоемкости. На современном этапе обучения компьютерное тести-

рование является одним из перспективных методов контроля знаний студентов.

Особенностью такого вида контроля и оценки результатов обучения является отстранение преподавателя от проверки результатов испытаний, за счет чего их объективность повышается.

Организация компьютерного тестирования включает в себя создание самих тестов.

Рассмотрим различные виды тестов, которые нами разрабатывались для организации контроля знаний студентов в Тольяттинском государственном университете при изучении дисциплины «Математика».

- Тесты, содержащие вопросы с выборочным ответом, где только один вариант ответа верный.

Пример теста с выборочным ответом для проверки знаний студентов по теме «Нахождение точек разрыва функции»

1. Найти точку разрыва функции $f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{если } -1 \leq x < 2 \\ 2 - x, & \text{если } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$.

1. Точек разрыва нет
2. $x=1$
3. $x=0$
4. $x=2+$
5. $x=5$

2. Найти точку разрыва функции и определить их тип $y = e^{-\frac{2}{x+3}}$

1. Точек разрыва нет
2. $x=0$
3. $x=-3$ – точка разрыва 2-го рода+
4. $x=-3$ – точка разрыва 1-го рода
5. $x=-3$ – точка устранимого разрыва

- Тесты, содержащие вопросы с выборочным ответом, где верных ответов может быть несколько. Данный вид тестов применяется для проверки теоретических знаний.

Пример промежуточного теста для проверки теоретических знаний по модулю «Дифференциальное исчисление»

1. Из нижеперечисленных задач выберите те, которые сводятся к нахождению производной:

- 1) вычисление силы тока;
- 2) нахождение массы неоднородного стержня;
- 3) нахождение мгновенной скорости;
- 4) нахождение скорости химической реакции в момент времени t ;
- 5) вычисление длины дуги плоской кривой.

2. Механический смысл производной второго порядка состоит в том, что она есть...

- 1) длина дуги плоской кривой;
- 2) масса неоднородного стержня;
- 3) ускорение прямолинейного движения точки;
- 4) сила тока в момент времени t ;
- 5) скорость прямолинейного движения.

3. Из нижеперечисленных формул выберите верные:

1. $(a^x)' = a^x$;
2. $(e^x)' = e^x$;
3. $(\sin x)' = -\cos x$;
4. $(\operatorname{arctg})' = \frac{1}{1+x^2}$;
5. $(\operatorname{arcctg})' = -\frac{1}{1+x^2}$.

• Тесты, содержащие вопросы с двоичным ответом, т.е. вопросы, на которые можно ответить только «да» или «нет» (предельный вариант вопросов с выборочным ответом). Такие вопросы особенно удобны для проверки усвоения изложенного в лекциях или при самостоятельном изучении того или иного раздела по учебнику. Как правило, вопросы достаточно простые, но их довольно много и времени на дачу ответа очень мало.

Пример промежуточного теста для проверки теоретических знаний по теме «Четные и нечетные функции»

1. Исследовать на четность или нечетность функцию $y = x \cdot \sin^2 x - \sqrt[3]{x}$
 - 1) четная
 - 2) нечетная
2. Исследовать на четность или нечетность функцию $y = \cos x \cdot \sin^2 5x + e^{|x|}$
 - 1) четная
 - 2) нечетная

• Тесты, содержащие вопросы, на которые правильный ответ студент должен ввести самостоятельно на клавиатуре.

Пример теста для проверки знаний студентов по теме «Первый замечательный предел»

1. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 2x}{x \sin 2x}$.

Ответ: _____

2. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x+4}-2}$.

Ответ: _____

3. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin^2 5x}{x \operatorname{tg} x} \right)^{\frac{1}{x}}$.

Ответ: _____

Список литературы

1. Ефремова Н.Ф. Современные тестовые технологии в образовании. – М.: Логос, 2003.

2. Королев М.Ф., Пашков В.А. Особенности программирования текущего контроля знаний. – М.: Знание, 2001.

3. Нардюжеев В.И., Нардюжеев И.В. Современные системы компьютерного тестирования // Школьные технологии, 2001. – № 3. – С. 45.

ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ В ДОРЕВОЛЮЦИОННОЙ ГИМНАЗИИ

В.В. Перцев

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец, Липецкая обл.

Аннотация. В статье рассматриваются аспекты преподавания математики в дореволюционной мужской гимназии, роль и место этого предмета в учебном курсе, его воспитательный потенциал.

Ключевые слова: дореволюционная гимназия, история математического образования, роль математики в дореволюционной средней школе.

Исследуя программы дореволюционных гимназий, нельзя не отметить того факта, что больше всего времени в них было отведено изучению иностранных языков. К примеру, в учебном плане Елецкой гимназии за 1874-75 учебный год в общей сложности на изучение языков отводилось около 40% объема школьного курса: в гимназии обучали древним – латинскому, греческому и современным – французскому, немецкому языкам. Причем латинский язык гимназисты начинали изучать с первого класса, а остальные – со второго. Затем по количеству отведенных часов следуют русский язык, математика, география, история. Русскую словесность изучали только в старших классах. Все годы обучения неизменное внимание уделялось Закону Божьему, которому были отданы два часа в неделю во всех классах [6]. К необязательным предметам относились пение, гимнастика и «занятие двумя языками вместе» [1]. Однако, несмотря на несо-

мненный акцент в пользу гуманитарного образования, преждевременно было бы делать вывод, что обучение в гимназии шло в ущерб естественно-научным и математическим дисциплинам.

На возможность ошибиться в таком утверждении указывает хотя бы то, что, например, главным предметом гимназии считался Закон Божий, на который отводилось всего лишь два часа в неделю. Если же оценивать его по количеству отводимого времени, то окажется, что он эквивалентен рисованию. А, по утверждению современников, религия занимала «самое высшее и главное место между предметами, преподаваемыми в гимназии» [5, с.27]. Закон Божий стоял в первом пункте всех учебных программ среднеобразовательных заведений России XIX века. Как отмечает известный исследователь гимназического образования Г.Н. Козлова, Закон Божий имел в гимназии «господствующее значение» не только в том смысле, что был первым среди учебных предметов, но и в том, что должен был пронизывать весь «образ жизни» школы [4, с.75].

Таким образом, судить о приоритетах гимназического образования только лишь по количеству отводимого на тот или иной предмет времени было бы неправильно. Изучение языков во многом было обусловлено общим в дореволюционной России образовательным пространством с Европой. Система отечественного образования была выстроена таким образом, что многие европейские ученые работали в то время в наших университетах, а стажировка русских ученых в европейских вузах являлась необходимым условием для последующего занятия ими кафедр в России. Специфика учебных планов гимназий (особенно ее филологический уклон) становится легко объяснимой с точки зрения места гимназии в системе образования в целом: гимназии готовили слушателей в университеты, в которых просто необходимо было знать иностранные языки не только потому, что научный мир был тесно связан с Европой и в университетах преподавали иностранцы, но также из-за специфики университетского образования.

Четыре «университетских» факультета – физико-математический, историко-филологический, юридический и медицинский – уже сами по себе предполагали знание языков, в том числе древних. Только на физико-математическом, пожалуй, необходимость их изучения была не столь очевидна. Но ведь для тех, кто собирался поступать на физико-математический факультет, в гимназии в должном объеме преподавалась математика и физика. По количеству учебного времени, отводимого на эти предметы, они занимают следующую позицию после языков. Таким образом, гимназия четко выполняла свои функции подготовительного заведения для университета, не стремясь дать исчерпывающих знаний ни по языкам, ни по математике, программа которой не включала элементов высшей математики: предполагалось, что изучение последней осуществит высшее учебное заведение.

В гимназиях не стремились выращивать эрудитов, полагая, что глубокие специальные знания молодые люди приобретут в университетах. И в то же время гимназии хорошо подготавливали своих выпускников к получению высшего образования: окончившие гимназии с золотой или серебряной медалью принимались в университет в первую очередь и без экзаменов, остальные – также без экзаменов, но по конкурсу аттестатов [3, с.89]. В Государственном архиве Орловской области хранятся письма к директорам гимназий от ректоров ведущих российских вузов с просьбой «поставить в известность молодых людей, оканчивающих курс гимназии, об условиях приема» в Лазаревский институт восточных языков в Москве, строительные курсы в г. Москве, Императорское Московское инженерное училище ведомства путей сообщения и др. [2, с.88]. Институты и университеты просто боролись между собой за право дальнейшего обучения гимназистов, им были рады везде! И это с учетом того, что выпускники гимназий обладали правом без экзаменов поступать в любые высшие учебные заведения страны, в том числе и на физико-математические факультеты: о своем выборе нужно было лишь написать заявление за полгода до окончания восьмого класса. Согласитесь, что такая практика могла успешно применяться, тем более на протяжении многих лет, лишь в случае абсолютно достаточной для усвоения университетского курса математической подготовки абитуриентов.

В редком фонде РГБ нами обнаружено извлечение из речи для торжественного собрания 2-й казанской гимназии, написанное ее директором Раймундом Шарбе в 1857 г. В этом издании излагаются мысли о воспитании в российских гимназиях, специфике учебного курса, анализируются учебные программы. Там же можно найти интересные замечания к вопросу об изучении математики, которые объясняют многие особенности преподавания этого предмета. Как отмечает Р. Шарбе, «человек не живет одной духовной жизнью, он состоит из души и тела, а потому, заботясь о душе, он должен заботиться и о другой части своего существа. Живя в природе, он назначен быть господином ее; а для этого он должен изучать ее, подводить ее явления под законы и на этом основании силою своего ума покорить ее силы своей воле. Для этого служат науки математические и естественные со всеми их отраслями. Мы выше сказали, что гимназия есть заведение, только приготавливающее юношу к жизни, следовательно, и эти науки входят в гимназический курс в том только объеме, в каком их считают достаточными для развития способностей юноши; из них исключается то, что превосходит сферу юношеских понятий, как высшая математика, и что имеет непосредственное применение к жизни, как технология, механика, химия и проч.

Математика, как в объективном, так и в субъективном отношении, занимает высшее место в числе этих наук. Подвергая числу и мере все предметы, она выводит законы, которым подчинены явления природы и

искусств. Она определяет законы движения, света, теплоты; она исследует величину и пути небесных светил, она же – основа архитектуры и музыки, она указывает пропорции живописцу и живет в гексаметре гомеровом. Доказывать необходимость математики для жизни, изъяснять значение арифметики, геометрии, алгебры и т.д. мы не считаем нужным и позволим себе только сделать вопрос, в каком объеме она должна входить в гимназический курс. Вопрос этот различно был решаем; одни включали более, другие менее. Как бы то ни было, при определении границ надо твердо иметь в виду цель гимназии и силы ученика. И потому нам кажется нужным включить только то, что должно быть основанием при переходе ученика к специальному занятию и что составляет непрременную потребность образованного человека; и уже предоставить университету или реальной школе дальнейшее развитие. Если же, напротив, иногда употребляют слишком большое усилие довести учеников до той высоты, достигнуть которой только у немногих достаёт сил, то они с трудом на ней удержатся. Как скоро не будет внешнего побуждения, ученик оставит это занятие, по известному закону физики, что за слишком сильным напряжением следует расслабление. Гораздо полезнее, если юноша достигнет меньшей высоты, по силам, но вполне поймет изученное и сумеет его применять. Только то, что приобретено таким образом, не оставляется и после учения; и если даже останется дальнейшее занятие, то останутся общие результаты.

С субъективной стороны математика также приносит ученику непосредственную пользу. Строгая ее консеквентность и непоколебимость ее законов значительно способствуют последовательному и отвлеченному мышлению; память также усиливается удерживанием в голове различных формул, теорем, чисел, на которых основываются выводы. Чтобы убедиться в этом, стоит только следить за мальчиком, решающим математическую задачу: с каким напряженным вниманием занимается он ею, все постороннее для него не существует на это время! Наконец, математика как наука, приводящая внешние явления в числимую и измеримую известность, имеет влияние и на характер учеников, основывая его на твердых, но формальных законах. Однако эти законы не всегда соответствуют жизни, которая так разнообразна, переменчива и зависима от случайностей, между тем как законы математики неизменны. Строгая последовательность к делам людей неприменима; люди не суть определенные величины, которые можно было бы подвести под алгебраические формулы; они имеют свою индивидуальность. В делах людских чаще приходится судить и действовать по вероятности, нежели по несомненным посылкам. Вообще математика имеет непреложное применение только в науках о природе и не может иметь притязания на развитие чувств, фантазии и нравственной воли» [5, с. 42-44].

Приведенный документ снимает многие вопросы относительно значения математики в курсе гимназии, а также понимания ее роли в воспита-

нии учащегося. Больше – далеко не всегда значит лучше. По всей видимости, именно этот факт служил лейтмотивом преподавания предмета математики в курсе гимназии. И, несмотря на существовавший в гимназии акцент на преподавание языков, учащийся, тем не менее, получал прочные знания по всем предметам, достаточные для продолжения своего образования как в классическом университете, так и профильном вузе. Как отмечает Р. Шарбе, «сам опыт уже неоднократно доказал, что ученики, которые сначала прошли гимназический курс и потом переходили в реальные заведения, не только догоняли, но и перегоняли новых товарищей» [5, с. 15].

Приведенные Р. Шарбе объяснения о роли математики в гимназическом курсе, обоснования объема ее преподавания, на наш взгляд, не нуждаются в комментариях. В них завораживает своеобразная поэзия дореволюционной речи, манера и стиль изложения автора, широта его кругозора, тонкое знание психологии. Если еще добавить к тому факт присутствия в работе выдержек на иностранных языках, в том числе цитировании греческих первоисточников, то складывается впечатление, что читаешь размышления образованнейшего человека, который, сам, пройдя путь от гимназиста до директора гимназии, своим собственным примером учености приводит наилучший аргумент в пользу классического образования, за которое ратует.

В заключение хотелось бы отметить тот факт, что ежегодно с первого по восьмой класс гимназии проводились итоговые экзамены, которые включали в себя различные задания по основным предметам школьного курса. Экзамены проводили сразу по нескольким дисциплинам в зависимости от изучаемой в каждом классе программы. И, что интересно, во все эти испытания были обязательно включены задания по арифметике или математике. В экзаменах отсутствовали вопросы по Закону Божьему, который официально признавался самым главным предметом гимназического курса, но обязательно в каждом классе учащиеся сдавали математику. Это, несомненно, является показателем того, насколько важное значение придавалось изучению математики в дореволюционной гимназии.

Список литературы

1. ГАОО (Государственный архив Орловской области). Ф. 64. Орловская губернская мужская гимназия. Оп. 1. Д. 376. Л. 18(Об).
2. *Авдеев Ф. С.* Киселев Андрей Петрович. – Орел: Издательство Орловской государственной телерадиовещательной компании, 2002. – 268 с.
3. *Воробьева В. Я.* Роль Орловской гимназии начала XX века в образовании и воспитании юношества // Первые Денисьевские чтения: Материалы науч.- практ. конф. по проблемам истории, теории и практики библ. дела, библиогр. и книговедения, г. Орел, 30-31 окт. 2003 г. / Орл. обл. публ.

б-ка им. И.А. Бунина; Орл. гос. институт искусства и культуры; Сост. Н. З. Шатохина. – Орел: Издательский дом «Орлик», 2004. – С. 88 – 95.

4. *Козлова Г. Н.* Русская классическая гимназия как воспитательная система (вторая половина XIX века.): дисс. ... канд. пед. наук. – Н.–Новгород, 1996. – 200 с.

5. *Шарбе Р.* Мысли о воспитании в гимназиях. – Казань: Типография университета, 1857. – 49 с.

6. *Шиков С. С.* О программе прошлых лет // Красное знамя. – 1996. – 18 марта.

РОЛЬ И МЕСТО АКТИВНЫХ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ЛИЧНОСТНОМ РАЗВИТИИ БУДУЩЕГО СПЕЦИАЛИСТА

О.Н. Прокуратова
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец, Липецкая обл.

Аннотация. В статье рассматриваются актуальность и возможности использования активных методов обучения математике для воспитания конкурентоспособного на рынке труда специалиста.

Ключевые слова: активные методы обучения, неимитационные и имитационные методы, дискуссия, эвристическая беседа, теория решения изобретательских задач, метод организованных стратегий, метод синектики.

В современных условиях первостепенное значение приобретают профессионально-значимые личностные качества выпускника как основы конкурентоспособности. Как показывают исследования, усиливается потребность инструментального наполнения образования: оно должно дать те знания и умения, сформировать те качества личности, которые пригодятся в любой сфере трудовой деятельности. Одними из центральных задач обучения (в частности математике) являются формирование активного, деятельного отношения развивающейся личности к познанию мира и себя в этом мире, вынесение оценки миру и сосредоточенным в нем ценностям, а также изменение мира. Решение этих задач требует использования содержания, форм, методов, направленных на активизацию обучения, которая, в свою очередь, реализуется за счет создания дидактических и психологических условий осмысленности учения, включения в него студента на всех трех уровнях: интеллектуальной, личностной и социальной активности [2].

Сущность активного обучения выражается в переходе от преимущественно регламентирующих, алгоритмизированных, программированных форм и методов организации дидактического процесса к развивающим, проблемным, исследовательским, поисковым, обеспечивающим рождение познавательных мотивов и интересов, условий для творчества в обучении (А.А. Вербицкий). Так называемое активное обучение реализуется через систему активных методов обучения.

Активные методы обучения (АМО) – это методы обучения, которые побуждают обучаемых к активной мыслительной и практической деятельности в процессе овладения материалом [1].

Для них характерны следующие признаки:

- высокая степень включенности студентов в процесс обучения;
- их активность в процессе разных видов учебной деятельности;
- совпадение познавательных интересов преподавателя и студентов;
- интенсификация процесса обучения;
- коллективное форсирование усилий;
- наличие обратных связей в обучении;
- мотивация обучения не только лично, но и социально значимая;
- возможность моделирования целостного содержания будущей профессиональной деятельности благодаря формам обучения.

Познавательная активность проявляется в трех видах:

1) в активности воспроизведения, выраженной в стремлении студентов понять, запомнить, воспроизвести знания, овладеть способами применения по образцу;

2) в активности интерпретации, проявляющейся в стремлении студентов постичь смысл изучаемого, установить связи, овладеть способами применения знаний в измененных условиях;

3) в творческой активности, предполагающей самостоятельный поиск решения проблем, интенсивное проявление познавательных интересов.

Показателем активности обучаемого становится интеллектуально-эмоциональный отклик на процесс познания, стремление к творческой интерпретации индивидуальных и коллективных учебных заданий, интерес к деятельности преподавателя и других студентов.

При использовании АМО на конкретном учебном занятии преподаватель решает ряд довольно сложных задач. Например, формирование навыков продуктивного общения в условиях учебного процесса, в той или иной мере приближенных к реальным условиям; развитие умения аргументировать свою точку зрения, четко формулировать и ясно излагать свои мысли или способности анализировать сложные ситуации, выделять главные и второстепенные причины их возникновения, находить средства и способы их разрешения.

Значение АМО определяется и тем, что они обеспечивают переход от организации всего учебного процесса преподавателем к самоорганиза-

ции этого процесса обучающимися. Данный тезис положен в основу довольно большой группы современных личностно ориентированных технологий обучения. Существует несколько классификаций АМО [1]. Традиционная классификация разделяет их на две большие группы:

1) *неимитационные методы*, нацеленные преимущественно на активизацию восприятия теоретического материала, самостоятельной переработки и осмысления учебно-научной информации с установкой на её воспроизведение;

2) *имитационные методы*, предполагающие моделирование будущей реальной деятельности специалиста.

Первая группа методов формирует у студентов и коммуникативные навыки, и аналитические – в виде умения строить доказательства, формулировать собственную позицию в понимании проблемы и искать творческие пути её решения. Методы второй группы разделяются на неигровые (анализ конкретных ситуаций, исследовательские задания) и игровые (деловые, ролевые, тренинг).

Исходя из практики преподавания дисциплин математического профиля на физико-математическом, инженерно-физическом и экономическом факультетах ЕГУ им. И.А. Бунина, считаю наиболее актуальными следующие активные методы обучения:

- *дискуссия* (в том числе групповая дискуссия);
- *эвристическая беседа*;
- *теория решения изобретательских задач*;
- *метод организованных стратегий*;
- *метод синектики*.

Список литературы

1. *Морева Н.А.* Технологии профессионального образования: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Академия, 2007. – 432 с.

2. Педагогика профессионального образования: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Под редакцией В.А. Сластёнина. – М.: Академия, 2007. – 368 с.

3. *Чернилевский Д.В., Морозов А.В.* Креативная педагогика и психология: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Академия, 2002.- 271 с.

4. *Чернилевский Д.В., Моисеев В.Б.* Инновационные технологии и дидактические средства современного профессионального образования: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Академия, 2002. – 321 с.

НАДПРЕДМЕТНОСТЬ КАК ФИЛОСОФСКАЯ КАТЕГОРИЯ

Т.Е. Рыманова, Н.В. Черноусова
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец, Липецкая обл.

Аннотация. В статье предпринята попытка философского осмысления генезиса понятия «надпредметность».

Ключевые слова: межпредметность, метапредметность, надпредметность.

Изменения, происходящие сейчас в российском образовательном пространстве, заставляют переосмыслить накопленный педагогический опыт и попытаться разобраться в предлагаемых инновациях.

В нашей отечественной школе всегда уделялось большое внимание прикладному аспекту изучения математики. Это нашло отражение как в программных документах, так и в учебниках. В педагогической литературе можно найти более тридцати определений понятия «межпредметные связи». Все эти определения верны по-своему, но их нельзя считать полными. Чтобы сформулировать наиболее правильное определение понятия, надо установить его связь с более широким. Таковым можно считать понятие «межнаучная связь». Но и первое, и второе являются производными от общеродового понятия «связь». А это уже философская категория. Анализируя разные определения, можно сделать вывод, что межпредметные связи следует рассматривать как один из важнейших дидактических принципов. Несомненно, что на основе изучения общих законов развития природы, особенностей отдельных форм движения материи и их взаимосвязей формируются у школьников современные представления о естественнонаучной картине мира. Опорой в этом является математика, так как она даёт учащимся систему знаний и умений, необходимых и в повседневной жизни, и в профессиональной деятельности, а также важных для изучения дисциплин естественнонаучного направления и технического характера.

Как известно, сегодня в практику нашей средней школы внедряется Федеральный государственный образовательный стандарт общего образования 2-го поколения. В этом документе поменялись приоритеты в целеполагании, появилось новое понятие «метапредметность». Стандарт устанавливает требования к результатам обучающихся, в частности, к метапредметным, «включающим освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные)...» [3, с.25].

В области математики образовательный стандарт конкретизирует цели обучения «в метапредметном направлении:

развитие представлений о математике как форме описания и методе познания действительности ...;

формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер человеческой деятельности» [4, с. 3].

«Универсальность» в области образования подразумевает разносторонность в сведениях, с точки зрения философской мысли несет всеобщий характер. Значит, сформированные универсальные учебные действия позволяют выполнять соответствующие операции в разных областях научного знания. В формировании метапредметности важная роль принадлежит познавательной культуре, которая, по нашему мнению, является составной частью понятия «культура».

Познавательная культура, несомненно, связана с воспитанием познавательного интереса у школьников. В этой связи особую актуальность приобретают слова Н.А. Менчинской о том, что показателем развития субъекта является наличие у него познавательного интереса. Мы определяем это понятие как «интегративное образование личности, определяющее её избирательную направленность и обращённую к познанию одной или нескольких научных областей, к их предметной стороне (содержанию), а также к процессу деятельности» [5, с. 25]. Воспитание познавательного интереса у школьников – мощный инструмент совершенствования образовательного процесса.

Сейчас в педагогической литературе можно встретить термин «надпредметность». Многие ученые отождествляют понятия «метапредметность» и «надпредметность», ссылаясь на близкий по звучанию перевод этих слов. В этой связи вспоминается аналогичная ситуация с внедрением в образовательный процесс технологий. В результате появились «образовательные технологии», «педагогические технологии», «технологии обучения», «технологии в обучении». Кто-то их отождествляет, кто-то их разводит. С точки зрения русского языка каждая приставка несет определенную смысловую нагрузку. Поэтому мы разводим понятия «метапредметность» и «надпредметность».

А.В. Боровских и Н.Х. Розов рассматривают содержательный аспект проблемы, противопоставляя метапредметность предметности. «Деятельностные принципы обязывают нас при формировании программы образования, разработке методики преподавания, организации учебной деятельности акцентировать внимание в первую очередь не на предметном, а на надпредметном содержании — на тех обобщённых деятельностных функциях, которые должно развивать» [1, с. 52]. Для примера авторы рассматривают тему «Многочлены» (алгебра, 7 класс). При изучении алгебраических операций над одночленами и многочленами проблемы начинаются, когда надо найти значение одночлена (или многочлена), подставив вместо

переменных числа. По мнению А.В. Боровских и Н.Х. Розова, в этом проявляется надпредметность [1, с. 56–85].

Считаем, что можно рассматривать и другой путь формирования надпредметности. Например, сначала рассматриваем числовое выражение $2 + 3$, а потом переходим к модели (более общему) $a + b$. Именно в надпредметности проявляется принцип природосообразности. По нашему мнению, оба взгляда на проблему (наше представление и предложенное А.В. Боровских и Н.Х. Розовым) имеют право на существование, друг друга взаимодополняют и способствуют целостному формированию надпредметности как философской категории.

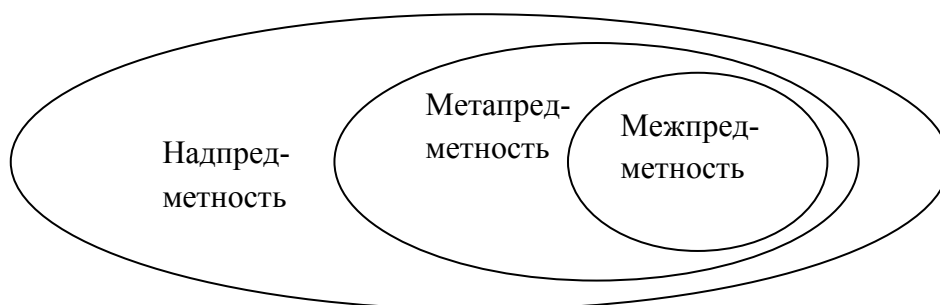
Если взять во внимание, что надпредметность носит диалектический характер, то возникает вопрос, что можно считать кирпичиком в строении данной категории. По нашему мнению, такой отправной точкой, от которой стоит отталкиваться, является понятие «задача». Подобно атому или клетке задача как категория является основным элементом не только в математике, но и в педагогике, философии, социологии, политике и т. д. В повседневной жизни каждый из нас решает ряд самых разнообразных задач бытового, материального, морального и т. п. характера.

В.И. Крупич в своих исследованиях предложил и обосновал одну из возможных концептуальных схем анализа процесса обучения как сложного объекта с целью выявления его структурной единицы (элемента) и ее описание [2]. Центральным компонентом учебной проблемы обоснована познавательная задача, тип и вид которой определяется содержанием и логикой учебного материала и выдвигается учителем с учетом логики процесса обучения [7].

Необходимо отметить, что В.И. Крупич и Л.М. Фридман рассматривали задачу не только как средство обучения, но, что особенно важно сейчас, как предмет изучения [2, 6]. «Задача является одним из основных общенаучных понятий, широко используемых во всех областях знания... Задачи, которые ставит перед собой человек, и задачи, которые ставят перед ним другие люди и обстоятельства жизни, направляют всю его деятельность, всю его жизнь. Мышление человека главным образом состоит из постановки и решения задач» [6, с.11]. Поэтому понятие «задача» можно рассматривать как надпредметную категорию.

Итак, межпредметность иллюстрирует прикладной характер обучения. Метапредметность включает в себя межпредметные связи и ориентирует на формирование познавательной культуры. Последнее характеризуется уровнем познавательного начала в структуре личности. Надпредметность несет мировоззренческую функцию.

Все эти категории находятся в диалектической взаимосвязи и дополняют друг друга. Генезис понятия «надпредметность» позволил получить соотношения, представленные на схеме:



В заключение отметим, что для отечественной педагогической мысли идейное наполнение понятия «надпредметность» не является инновацией.

Список литературы

1. Боровских А.В., Розов Н.Х. Деятельностные принципы в педагогике и педагогическая логика: Пособие для системы профессионального образования, переподготовки и повышения квалификации научно-педагогических кадров. – М.: МАКСПресс, 2010. – 80 с.
2. Крупич В.И. Структура и логика процесса обучения математике в средней школе: Методические разработки по спецкурсу для слушателей ФПК. – М.: МПГИ им. В.И. Ленина, 1985 – 176 с.
3. Примерные программы по учебным предметам. География. 6-9 классы.- М.: Просвещение, 2010. – 71 с.
4. Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5-9 классы. – 3-е изд., перераб. – М.: Просвещение. 2011. – 64 с.
5. Рыманова Т.Е. Технологический подход к проектированию учебного процесса по математике, обеспечивающего формирование познавательного интереса у школьников: дис. ... канд. пед. наук. – М., 1999. – 214 с.
6. Фридман Л.М. Основы проблемологии. Серия «Проблемология». – М.: СИНТЕГ, 2001. – 228 с.
7. Черноусова Н.В. Развитие познавательной самостоятельности студентов педагогических факультетов в процессе поиска решения текстовых алгебраических задач: дис...канд. пед. наук – М., 1999. – 179 с.

К ВОПРОСУ ОБ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Т.М. Сафронова
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец, Липецкая обл.

Аннотация. В данной статье изложены аспекты организации самостоятельной работы студентов, обучающихся по направлению подготовки 080100.62 Экономика, при изучении математического анализа.

Ключевые слова: самостоятельная работа студентов, аудиторная СРС, внеаудиторная СРС, математический анализ.

На сегодняшний день формирование профессиональной компетентности становится основной целью процесса подготовки будущих экономистов.

«Математический анализ» – одна из базовых дисциплин математического и естественнонаучного цикла ФГОС ВПО по направлению подготовки 080100.62 Экономика (квалификация (степень) «бакалавр»).

Опираясь на базу общематематической подготовки в объеме средней общеобразовательной школы или технического колледжа, а также дисциплины «Линейная алгебра», «Математический анализ», в свою очередь, является теоретическим и практическим основанием для всех последующих математических (теория вероятностей и математическая статистика, методы оптимальных решений) и финансово-экономических (макροэкономика, микроэкономика, институциональная экономика, эконометрика) дисциплин подготовки бакалавра экономики. Получение базовых знаний, развитие понятийного аппарата и формирование определенного уровня математической подготовки, необходимого для решения теоретических, прикладных и практических задач экономики и их количественного и качественного анализа, – основные цели курса.

В результате изучения дисциплины студент должен:

- знать основные понятия и методы математического анализа, теории дифференциальных уравнений;
- уметь применять математические методы при решении профессиональных задач повышенной сложности, учитывая границы применимости математической модели;
- уметь решать типовые задачи по основным разделам курса;
- владеть методами построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов.

В результате освоения дисциплины у студента должны сформироваться следующие компетенции:

- владение культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения (ОК-1);
- способность собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов (ПК-1);
- способность на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы рассчитать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов (ПК-2);

- способность выполнять расчеты, необходимые для составления экономических разделов планов; обосновывать их и представлять результаты работы в соответствии с принятыми в организации стандартами (ПК-3);
- способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения поставленных экономических задач (ПК-4);
- способность выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы (ПК-5).

Изучение студентами экономического факультета Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина курса «Математический анализ», согласно учебному плану, осуществляется в первом и втором семестрах с формами итогового контроля, зачетом и экзаменом.

Как показывает опыт обучения студентов первого курса, вчерашние школьники не обладают достаточными общеучебными умениями для глубокого усвоения вузовского курса «Математический анализ», они не получают в школе ключевых компетенций, не владеют навыками самостоятельной работы.

Требования к личным качествам студента – способность к саморазвитию, самообразованию, способность постоянно совершенствоваться, творчески мыслить, принимать правильные решения – на сегодняшний день становятся все более актуальными. Поэтому нельзя переоценить роль самостоятельной работы в обучении студентов. Овладение умениями, навыками, приемами самостоятельной работы развивает познавательную деятельность, творческую инициативу, стремление углубленно изучать науки.

Учебный процесс в вузе предполагает следующие виды самостоятельной работы студентов (СРС): аудиторная самостоятельная работа (СРС под руководством преподавателя) и внеаудиторная самостоятельная работа (СРС без руководства преподавателя).

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине «Математический анализ» выполняется студентами под непосредственным руководством преподавателя на учебных занятиях и дополнительных (индивидуальных) занятиях. Этот вид СРС предполагает организацию и проведение преподавателем аудиторных самостоятельных и контрольных работ; тестирований; индивидуальных занятий; консультаций по теоретическим положениям дисциплины, по выполнению практических заданий, по подготовке к зачетам и экзаменам.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентами по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. В соответствии с ФГОС ВПО и учебным планом преподаватель самостоятельно планирует объем, формы организации и контроля внеаудиторной нагрузки студентов по циклам дисциплины «Математический анализ», а также разрабатывает методические указания; тексты домашних заданий, домашних

контрольных работ, семестровых заданий, исследовательских заданий; списки основной и дополнительной литературы. Важно, чтобы этот вид самостоятельной работы научил студентов пользоваться методическими указаниями – выделять существенное в изучаемой дисциплине, анализировать различные факты и предложения, использовать теоретические положения на практике.

В настоящее время в соответствии с ФГОС ВПО на самостоятельную работу студентов без руководства преподавателя отводится около половины запланированного на изучение предмета времени. Заметим, что количество аудиторных часов, отводимых на математические дисциплины (в том числе и на «Математический анализ»), сокращается. А значит, требуется более эффективное проведение аудиторных занятий и организация самостоятельной работы студентов. Преподавателю необходимо искать такие формы, методы и средства обучения, которые позволяли бы студентам усваивать в отведенное на изучение математики время необходимый объем знаний и умений.

Список литературы

1. Сборник примерных программ учебных дисциплин математического цикла по направлению подготовки 080100.62 Экономика (квалификация (степень) «бакалавр»). Книга 2. Финансовый университет при Правительстве РФ. Учебно-методическое объединение вузов России по образованию в области финансов, учета и мировой экономики. – М., 2011. – 58 с.

ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ БАКАЛАВРА ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

*Г.А. Симоновская
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец, Липецкая обл.*

Аннотация. В статье рассматриваются проблемы и перспективы реализации Федеральных государственных образовательных стандартов ВПО нового поколения.

Ключевые слова: математическое образование, образовательные стандарты, подготовка будущего учителя математики.

В современных условиях образование становится стратегическим ресурсом для развития государства. В последние годы были приняты различные документы, которые определяли процесс и содержание подготовки кадров в высших учебных заведениях. В 2000 г. Министерством образования Российской Федерации были приняты стандарты, определяющие объ-

ем, структуру и содержание формируемых знаний, умений и навыков выпускников вузов, становящихся бакалаврами, специалистами или магистрами соответствующих направлений. Эти стандарты пришли на смену ГОС 1994–1999 гг. (первого поколения).

В 2005 г. определены структуры приоритетных национальных проектов. Начинает действовать национальный проект «Образование», где согласованы вопросы образовательной политики. В 2010 г. были утверждены Федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС) третьего поколения, которые представляют собой совокупность требований к компетентностям бакалавров, специалистов, магистров различных направлений, обязательных при реализации основных образовательных программ высшего профессионального образования образовательными учреждениями, имеющими государственную аккредитацию. С 2011 г. все вузы перешли на многоуровневую систему обучения, соответствующую требованиям образовательных стандартов третьего поколения.

Произошедшие за период образовательных реформ изменения обострили ряд проблем, связанных с внедрением ФГОС ВПО нового поколения, переходом на многоуровневую систему, изменением условий функционирования вузов, что привело к изменению структуры стандартов ВПО, учебных планов, организации обучения будущих специалистов в области образования. При разработке стандартов нового поколения для ВПО в основу был положен компетентностный подход, который обусловил поиск новых методов при подготовке специалистов. Разработанные учебные планы приобрели более вариативный характер, нарушилось выработанное годами равновесие между занятиями, проводимыми под управлением преподавателя, и самостоятельной работой студента. Появилась необходимость нахождения логически обоснованной пропорции между теоретической и практической подготовками будущего специалиста в области образования.

При разработке учебных рабочих планов, опираясь на Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования, каждый вуз заполняет вариативную часть самостоятельно.

Следует отметить, что в стандартах предыдущего поколения дисциплины профессионального цикла были разбиты на два блока: блок общепрофессиональных дисциплин и блок дисциплин предметной подготовки. В тексте нового стандарта перечень дисциплин предметной подготовки отсутствует и нет никаких рекомендаций, как наполнять учебный план в соответствии с профилем. Да и неясным остается ответ на вопрос: «Выпускник должен знать сам предмет, которому будет обучать школьников? Или достаточно владеть методикой обучения данной дисциплине?». Возможно, необходимы примерные планы по каждому профилю, а особенно по вновь открывающимся, и это задача учебно-методических объединений.

На данный момент при составлении учебных планов по конкретному профилю в основном опираются на отработанную десятилетиями структуру дисциплин предметной направленности, поскольку такой подход подтвердил свою состоятельность. Так, например, при разработке учебного рабочего плана по направлению «Педагогическое образование» профиль «Математика» в Елецком государственном университете им. И.А. Бунина на физико-математическом факультете было сохранено основное ядро предметных дисциплин, по которым ведется подготовка специалистов по программе «Математика с дополнительно специальностью».

Выписка из учебных планов дисциплин предметной подготовки учителя математики в сравнении выглядит так.

Учебный план 2000 г.	Учебный план 2012 г.
по специальности 032100.01 - Математика	по направлению 050100.62 — Педагогическое образование, профиль «Математика»
Квалификация специалиста — учитель математики	Квалификация - бакалавр
Общепрофессиональные дисциплины	Профессиональный цикл
Федеральный компонент	Базовая часть
Психология	Психология
Педагогика	Педагогика
Основы специальной педагогики и психологии	Методика обучения и воспитания
Теория и методика обучения математике	Методика обучения математике
Возрастная анатомия, физиология и гигиена	Методика воспитания
Основы медицинских знаний	Безопасность жизнедеятельности
Безопасность жизнедеятельности	Вариативная часть
Технические и аудиовизуальные средства обучения	<i>Математический анализ</i>
Национально-региональный (вузовский) компонент	<i>Алгебра</i>
Изучение школьных учебников математики	<i>Геометрия</i>
Психолого-педагогический практикум	<i>Математическая логика</i>
Дисциплины предметной подготовки	<i>Дифференциальные уравнения</i>
Федеральный компонент	<i>Теория алгоритмов</i>
<i>Математический анализ</i>	Теория вероятностей и математическая статистика
<i>Теория функций действительной переменной</i>	<i>Теория функций действительного переменного</i>
<i>Теория функций комплексной переменной</i>	<i>Теория функций комплексного переменного</i>
<i>Дифференциальные уравнения</i> и уравнения с частными производными	<i>Дискретная математика</i>

<i>Алгебра</i>	<i>Теория чисел</i>
<i>Геометрия</i>	<i>Элементарная математика</i>
<i>Теория чисел</i>	<i>Числовые системы</i>
<i>Числовые системы</i>	
<i>Математическая логика</i>	
<i>Теория алгоритмов</i>	
<i>Дискретная математика</i>	
<i>Элементарная математика</i>	
Информационные технологии в математике	
История математики	
Национально-региональный (вузовский) компонент	
Моделирование реальных процессов с помощью методов математического анализа	
Моделирование случайных процессов с помощью математического анализа	
Теоретические основы взаимосвязи школьного курса алгебры и начал анализа и вузовского курса математического анализа	

На сегодняшний день сохранение предметной составляющей хотя бы в такой пропорции просто необходимо, так как терять базовые предметные знания или понижать их уровень недопустимо. Так, например, уровень сложности единого государственного экзамена по математике ежегодно неуклонно возрастает, а для того чтобы подготовить к нему школьника необходимо самому учителю виртуозно владеть предметом. Следует учитывать и то, что бакалавр может продолжить образование далее: магистратура, аспирантура (по смежным направлениям). В таком случае высокий уровень базовой предметной подготовки необходим, в противном случае – переподготовка или получение дополнительного, второго высшего образования. Таким образом, только заметный удельный вес предметной составляющей в учебных планах позволяет осуществить преемственность как с будущей профессиональной деятельностью выпускника вуза, так и с продолжением его образовательной траектории.

При разработке учебного плана мы пытались сохранить логическую структуру изучения математических дисциплин, корректировали часовой объём каждой дисциплины так, чтобы внеаудиторная работа также находилась под контролем преподавателя.

Необходимо поднять вопрос и об организации выпускного государственного экзамена: компетентностный подход должен ли находиться в основе самого итогового испытания? Как это осуществить, если ответ утвердительный?

И, наконец, одни из главных вопросов: Как организовать процесс обучения? Какие технологии положить в основу, какие инновационные методы следует использовать с осторожностью? В связи с этим нужно оглянуться в прошлое, ведь оно формирует настоящее. Может быть, одними из форм обучения будущих учителей предмету являются организация математических обществ, межвузовских математических школ (заочных, дистанционных и т.п.), пристальное изучение педагогического опыта гениальных ученых (что позволит по-новому взглянуть на фантастические по своему масштабу педагогические результаты советского математика Николая Николаевича Лузина (9 декабря 1883 — 28 февраля 1950)). Это показательный случай в истории науки, когда выдающийся ученый воспитал столько прославившихся ученых: А. Н. Колмогоров, П.С. Александров, М.А. Айзерман, А. С. Кронрод и др., о чем ярко свидетельствует известное «Древо Лузина». Такой потрясающий успех объясняется не только личностью и педагогическим талантом ученого, но и особой формой организации научно-исследовательской и учебной работы студентов, введенной Н.Н.Лузиным, – научными семинарами, эффективность проведения которых доказана многолетним историческим опытом.

Список литературы

1. Федеральные государственные образовательные стандарты [электронный ресурс] // URL: standart.edu.ru
2. Указ Президента РФ от 07.05.2012 № 599 «О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки».
3. Древо Лузина [электронный ресурс] // [http: www. math.ru /history/ tree/Luzin](http://www.math.ru/history/tree/Luzin)

О МЕТОДИЧЕСКОМ ТРУДЕ «ВВЕДЕНИЕ В АЛГЕБРУ И РАЗЛОЖЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ НА МНОЖИТЕЛИ» В.В. ГОЛУБЕВА

*И.С. Солосина
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец, Липецкая обл.*

Аннотация. В статье приводятся автобиографические сведения Владимира Васильевича Голубева, проводится анализ его работы «Введение в алгебру и разложение алгебраических выражений на множители».

Ключевые слова: анализ методической работы В.В. Голубева «Введение в алгебру и разложение алгебраических выражений на множители», арифметика, алгебра, история математического образования, методические взгляды педагога-математика В.В. Голубева.

Владимир Васильевич Голубев – известный русский ученый, прославившийся своими работами в области аэромеханики.

Биографические сведения о Владимире Васильевиче Голубеве приводятся в публикациях С.М. Белоцерковского, А.Ю. Шилинского, П.Я. Кочиной, Б.В.Шабат, Ю.М. Колягина, О.А. Саввиной и др. [1, 7].

Однако вне поля зрения этих авторов остались педагогические и методико-математические взгляды, что нельзя признать справедливым, поскольку В.В. Голубев был незаурядным педагогом. О педагогических дарованиях В.В. Голубева осталось такое свидетельство: «В.В. Голубев и Н.Н. Лузин обладали ярким талантом лектора, были не только известными учёными, но и прирожденными педагогами... В.В. Голубев обладал поистине артистической натурой, ему была свойственна даже некоторая театральность. Ростом выше среднего, стройный, всегда подтянутый, он любил тонкую шутку, иронию, не делая при этом исключения и для самого себя. Умел облекать сказанное в необычную, а потому легко запоминающуюся форму» [7, с. 119-120].

Становление личности и педагогических взглядов В.В. Голубева началось в семье. Ученый свидетельствовал, что первым и самым близким учителем, который оказал влияние на формирование его мировоззрения, был отец. «Ему я обязан, – признавался В.В. Голубев, – интересом к точным и естественным наукам...Когда я окончил гимназию, то получил в подарок от отца вышедшие в то время три толстенных тома физики Хвольсона. Вместе с этим систематически прививалось великое уважение к мощи человеческого ума, к знаниям, к точным наукам, мерою и числам, изучающим окружающий нас мир. Это было первое, что я получил от отца» [7, с. 94-95].

В.В. Голубев также отмечал, что ему очень повезло с учителями математики в гимназии: «В младших классах арифметику преподавал старый учитель, неутомимый и неумолимый Пётр Николаевич Поляков. Это была гроза малышей: они от страха плакали перед его уроками! Но это была гроза справедливая, беспристрастная и корректная. Он нас научил арифметике, но ещё больше научил нас не болтать зря языком, точно и ясно мыслить и говорить.

В старших классах математику преподавал Фёдор Семенович Коробкин... На уроках он умел показать нам ту своеобразную красоту и изящество, которые так пленяют в математике понимающих дело. Но попутно, как-то незаметно, математика, её развитие, её завоевания связывались с прогрессом человеческой культуры» [7, с. 97].

В 1903 году, окончив 1-ю московскую гимназию с золотой медалью, он поступил на физико-математический факультет Московского университета, где в то время преподавали профессора Д.Ф. Егоров, Н.Е. Жуковский, С.А. Чаплыгин и др.

Особое влияние на формирование его педагогических взглядов в студенческие годы, несомненно, оказал Д.Ф. Егоров. В.В. Голубев и Н.Н. Лузин являлись одними из первых учеников Дмитрия Фёдоровича Егорова, и он им уделял немало внимания.

В 1906 г. началась преподавательская деятельность В.В. Голубева сразу в нескольких средних учебных заведениях Москвы. В это время он не только серьезно занимается наукой, но и набирается педагогического опыта.

Первая научная публикация В.В. Голубева появилась в 1911 г. Она была посвящена аналитической теории дифференциальных уравнений. Работы в этой области и теории крыла принесут В.В. Голубеву большую известность.

Однако практически нигде не упоминается большой методический труд В.В. Голубева *«Введение в алгебру и разложение алгебраических выражений на множители»*, вышедший в 1914 г. Эта книга была написана под влиянием методических идей Н.А. Шапошникова – автора распространенных в то время учебников алгебры, исследованию которого посвящена публикация [8].

В своём методическом труде В.В. Голубев пишет, что алгебра является обобщением арифметики. С её помощью все задачи обобщаются в одну группу и для них находится один общий способ решения. Цель алгебры – найти между различными задачами одинаковые черты и решить их общим способом. Автор говорит, что есть и другие её определения, более точные, но не пригодные для этого элементарного курса [2, с. 1].

Четко и лаконично он иллюстрирует отличия алгебры от арифметики по трем позициям:

1. Использование буквенных обозначений;
2. Добавление 2-х действий: возведение в степень и извлечение корня;
3. Появление «алгебраических количеств» [2, с 1-2].

Большой методической ценностью обладают указания В.В. Голубева на преимущества алгебры над арифметикой: 1) буквами можно обозначать «бесконечное множество чисел, обладающих между собой какими-нибудь сходными или общими свойствами»; 2) с помощью буквенного обозначения можно записывать и решать однотипные задачи [2, с. 5].

Далее подробно рассматриваются два новых действия – это возведение в степень и извлечение корня. Автор даёт следующее определение: «...возвести какое-нибудь количество в какую-нибудь степень – значит взять его множителем столько раз, сколько в показателе степени единиц» [2, с. 6].

«...извлечь корень какой-нибудь степени из какого-нибудь числа – значит подыскать такое другое число, которое, будучи возведено в степень, указываемую показателем корня, дало бы то самое число, из которого надо извлечь корень» [2, с. 6-7].

В.В. Голубев показывает связь таких понятий, как, коэффициент и показатель: «...если какое-нибудь количество берётся несколько раз множителем, то число, показывающее, сколько раз оно берётся множителем, пишется вверху, справа, в уменьшенном виде и называется показателем степени, а само действие взятия множителя называется возведением в степень. Но если то же количество берётся несколько раз не множителем, а слагаемым, то число, показывающее, сколько раз количество берётся слагаемым, пишется около количества с левой стороны и не в уменьшенном, а в увеличенном или просто в обыкновенном виде, и называется коэффициентом, а само действие взятия слагаемым, как то известно ещё из арифметики – умножением. Следовательно, коэффициент есть цифровой множитель, стоящий перед каким-нибудь числом, обозначенным буквами» [2, с. 7-8].

Он обращает внимание на отличие арифметических чисел от алгебраических: «...в арифметике рассматриваются так называемые относительные или алгебраические количества. <...> абсолютные числа служат только для обозначения размеров абсолютных величин. ...относительные числа служат не только для обозначения размеров, но ещё для обозначения направления величин. Так как арифметика пользуется числами абсолютными, а алгебра - числами относительными, то относительные числа иначе называются алгебраическими количествами; относительные числа, прибавляемые, пишутся со знаком «+» перед ними, а отнимаемые со знаком «-» перед ними, первые называются положительными алгебраическими количествами, вторые – отрицательными алгебраическими количествами».

В.В. Голубев делает важное методическое замечание о том, что в каждом алгебраическом количестве есть 2 признака: «...во-первых, его числовое значение или его абсолютная величина, которой выражается только размер какой-нибудь величины, т.е. которым выражается, служит ли эта величина к увеличению другой или к уменьшению её; количества, имеющие разные знаки, называются противоположными. ...от соединения 2-х противоположных количеств в результате получается нуль; это есть основное свойство равнопротивоположных величин и равнопротивоположных количеств» [2, с. 9-10].

Автор подчеркивает положительные стороны введения отрицательных чисел (относительных чисел, алгебраических количеств): 1) «алгебраическое сложение, т.е. сложение и положительных и отрицательных чисел, 2) действие вычитание возможно и при условии, что уменьшаемое меньше вычитаемого [2, с. 10-11]; 3) увеличение «ряда чисел», т.е. расширение множества чисел (добавление отрицательных) [2, с. 12]».

Что касается знаков, то автор разделяет их на 4 группы: 1) «знаки чисел – цифры и буквы»; 2) «знаки действий», т.е. какие действия совершаются над алгебраическими количествами; 3) «знаки порядка действий», т.е.

в каком порядке производятся действия; 4) «знаки соотношений» (равно, не равно, больше, меньше) [2, с. 13].

Для обозначения таких соотношений, как «не больше» и «не меньше», применялись знаки $\nless$ и $\nless$

Далее даются понятия «алгебраическое выражение» (это цифры и буквы, соединённые «при помощи всевозможных знаков действий и скобок») и «алгебраические формулы (это алгебраические количества или выражения, соединённые одним из знаков соотношений)» [2, с. 20].

Рассматривая алгебраические действия, автор приводит и правило, и примеры с явными количествами, отрицательными числами и числами с разными знаками.

В качестве центральной в книге выступает тема «О разложении многочленов на множители», в которой подробно описываются случаи: 1) «о разложении многочленов на множители вообще», 2) «смешанные случаи разложения многочленов на множители, т.е. с применением сразу нескольких приёмов».

Автор выделяет 3 способа для первого случая: способ вынесения общего множителя за скобки, способ группировки и по формулам сокращённого умножения.

Особый интерес представляют «смешанные случаи разложения многочленов на множители». В.В.Голубев здесь делает полезное указание о том, что «...надо поставить себе за правило начинать всегда с первого способа, если его возможно применить, т.е. всегда начинать с того, чтобы вынести в данном многочлене всех общих множителей за скобки, и потом уже в свою очередь разлагать множителей в скобках, если возможно по второму или по третьему способу. Относительно же искусственных приёмов и преобразований никаких правил дать невозможно: это дело приобретается навыком; чем больше разлагают примеров, тем удачнее и скорее справляются с трудностями разложения» [2, с. 55]. Это указание полезно привести и современным школьникам, поскольку для них приемы разложения на множители нередко вызывают трудности.

В заключение В.В. Голубев приводит серию интересных с методической точки зрения вопросов по курсу алгебры.

Таким образом, можно утверждать, что методический труд В.В. Голубева содержит немало интересных находок и не потерял актуальности в настоящее время.

Список литературы

1. Белоцерковский С.М., Шилинский А.Ю., Кочина П.Я., Шабат Б.В. Владимир Васильевич Голубев (к столетию со дня рождения) // Математический сборник, 1985. – Т. 40. – № 1. – С. 225—230.

2. Голубев В.В. Введение в алгебру и разложение алгебраических выражений на множители. Пояснительные записки для начинающих курс

элементарной алгебры, составленный применительно к учебникам Н.А. Шапошникова. – М.: Русская печатня, 1914.

3. Голубев В.В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений. – М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. – 429 с.

4. Голубев В.В., Чаплыгин С.А. К теории предкрылка и закрылка. – Труды ЦАГИ, 1935. – Вып. 171.

5. Голубев В.В. Труды по аэродинамике. – М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1957. – 971 с.

6. Гридчина И.Н., Солосина И.С. Голубев Владимир Васильевич // Вестник ЕГУ им. И.А. Бунина. Вып.12.: Серия «История математики и математического образования». – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2012.

7. Колягин Ю.М., Саввина О. А. Дмитрий Федорович Егоров Путь ученого и христианина. – М.: ПСТГУ, 2010. – 302 с.

8. Солосина И.С., Агеева Ю. Развитие линии уравнений в учебнике алгебры Н.А. Шапошникова // Вестник ЕГУ им. И.А. Бунина. Вып.11.: Серия «История и теория математического образования». – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2006.

9. Электронный ресурс: <http://100v.com.ua/ru/Golubev-Vladimir-Vasilevich-person>

10. Электронный ресурс: <http://slovari.yandex.ru/Г/БСЭ/Голубев>

КЕЙС-МЕТОД В УСЛОВИЯХ ПРОФИЛИЗАЦИИ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЫ (ПРЕДМЕТНАЯ ОБЛАСТЬ – «МАТЕМАТИКА»)

*С.В. Щербатых, Е.А. Добрина
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
г. Елец, Липецкая обл.*

Аннотация. Кейс-метод, являющийся одним из интерактивных методов обучения, завоёвывает среди педагогической общественности всё большее и большее признание. В статье раскрывается этимологическое значение данного метода, а в качестве примера рассмотрено его применение при обучении математике учащихся профильных классов.

Ключевые слова: профильное обучение, кейс-метод, математика.

Структура кейс-метода (от англ. case – «случай») (кейс-стади, метод ситуаций) основывается на том, что школьники сталкиваются с конкретным случаем, взятым из практики. Затем, обсуждая этот случай, ищут альтернативы для его решения, предлагают свой собственный вариант решения, который грамотно обосновывают, а потом сравнивают его с решени-

ем, которое было принято на практике. При этом учащимся предлагается осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой актуализирует определённый комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы [5; 7].

Применение кейс-метода в образовании берёт своё начало в 20-х гг. XX в. Своими корнями этот метод уходит в Гарвардскую бизнес-школу в г. Бостоне, хорошо известную в научно-педагогических кругах своими инновациями.

Являясь интерактивным методом, кейс-метод вызывает позитивное отношение со стороны старшеклассников, которые видят в нём особую игру, способствующую освоению теоретических положений и овладению практическим использованием материала. Анализ различных ситуаций воздействует на профессиональную ориентацию учащихся профильных классов, формирует познавательный интерес и устойчивую мотивацию по отношению к учебной деятельности. Метод направлен на развитие общего интеллектуального и коммуникативного потенциала ученика и учителя.

Как интеллектуальный продукт, кейс-метод имеет свои источники: 1) науку; 2) реальную жизнь; 3) образование, которое определяет цели и задачи образовательного процесса.

При конструировании кейсов наблюдается преобладание одного из источников, поэтому данное обстоятельство может быть положено в основу классификации кейсов. Так, все кейсы условно подразделяются на:

- *научно-исследовательские*, которые ориентированы на осуществление исследовательской деятельности, выступают моделью для получения нового знания о ситуации и поведения в ней (их обучающая функция сводится к обучению навыкам научного исследования с помощью метода моделирования);

- *практические*, отражающие реальные жизненные ситуации (учебное назначение практических кейсов сводится к тренингу обучаемых, закреплению ЗУНов в принятии решений в конкретной ситуации);

- *обучающие*, задачей которых выступает организация образовательного процесса, отражают типовые ситуации, которые наиболее часто встречаются в реальной жизни и с которыми придётся сталкиваться будущему специалисту в профессиональной деятельности (на первое место ставятся учебные и воспитательные задачи) [1].

Рассмотрим основные этапы организации занятий с использованием кейс-метода и их специфику:

А) *Этап погружения в совместную деятельность*, на котором ставится задача, состоящая в формировании мотивации к совместной деятельности.

Б) *Этап организации совместной деятельности*, основной задачей которого является организация деятельности по решению проблемы. Такая деятельность может быть организована как в малых группах, так и инди-

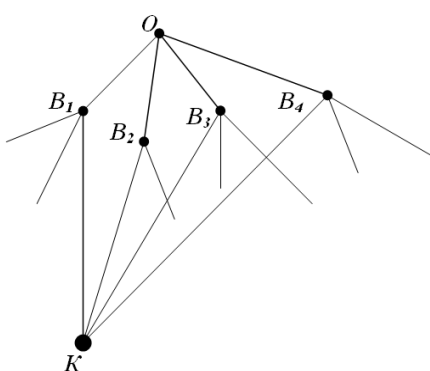
видуально. Учащиеся в процессе работы над определённым кейсом находятся в центре процесса решения проблемы, который организован в виде интерактивного процесса принятия решений. Чаще всего класс разбивается на более мелкие подгруппы, состоящих из 4-6 человек. В каждой подгруппе идёт сопоставление индивидуальных ответов, их доработка, выработка единой позиции, оформляющейся для презентации.

В) *Этап анализа и рефлексии совместной деятельности*, основной задачей которого является проявление образовательных и учебных результатов работы с кейсом, анализ эффективности организации занятия, постановка задачи для дальнейшей работы. Учитель завершает дискуссию, анализируя процесс обсуждения ситуации и работы всех подгрупп [3].

На изучение кейса распространяются основные положения теории обучения, ориентированной на активные действия обучающихся. Обучение должно быть направлено на развитие способности к решению конкретных жизненных ситуаций. Таким образом, выбор содержания и тем определённой области обучения, в частности математики, в первую очередь ориентируется не на науку, а на важные повседневные проблемы, с которыми непосредственно сталкиваются старшеклассники. Исходя из этого, определяются основные критерии для отбора конкретных ситуаций для изучения на занятиях. Кейсы должны выбираться и демонстрироваться так, чтобы учащиеся в полной мере стремились к изучению данной ситуации и к высказыванию своей оценки [2].

В диалектическом познавательном процессе различного рода объяснения, оценки, эмоции участников разговора обсуждаются, проверяются, подвергаются сомнению, подтверждаются и используются как вклад в совместное открытие истины. Таким образом, обязательным приёмом является

постоянный переход от эмпирического опыта к научным познаниям, от конкретного опыта к теоретическому объяснению. Именно в этом и состоит методологическое значение кейс-метода в обучении.



В качестве примера приведём кейс, который может использоваться при изучении темы «Формула полной вероятности. Формула Байеса».

В ущелье пропала горнолыжная экспедиция. Карта ущелья прилагается.

Место последней связи с пропавшими альпинистами отмечено буквой *K*. Необходимо срочно оказать помощь.

Для оказания помощи необходимо выполнить задания:

1. Выбрать состав групп спасения и распределить роли, выбрав командира, инструктора-проводника, спасателей, корреспондента газеты, оформителя.

2. Проложить маршрут спасения. Поиск маршрута осуществляет инструктор с помощью мешка с разноцветными и одинаковыми на ощупь шарами (3 белых шара, 2 – красных, 4 – синих, 6 – зелёных) по следующим требованиям:

- а) маршрут B_1 – случайным образом извлечённый шар синий;
- б) маршрут B_2 – случайным образом извлечённый шар белый;
- в) маршрут B_3 – случайным образом извлечённый шар зелёный;
- г) маршрут B_4 – случайным образом извлечённый шар красный.

3. Выбрать стратегию спасения, если на проложенных четырёх тропинках с юга на север соответственно ожидается:

- а) возможность оползней с вероятностью 30% на маршруте B_1 ;
- б) сход снежных лавин с вероятностью 65% на маршруте B_2 ;
- в) встреча с дикими животными с вероятностью 58% на маршруте B_3 ;
- г) селевой поток с вероятностью 74% на маршруте B_4 .

4. Подсчитать вероятность спасения по проложенному маршруту.

5. Известно, что пропавших альпинистов удалось спасти одной из групп спасателей. Какова вероятность, что именно Ваша группа нашла альпинистов?

6. Подготовить небольшой репортаж об участии Вашей группы спасения в поиске пропавшей экспедиции.

Далее учащимся предлагается самостоятельно придумать подобного рода задачу и предложить её решение [4; 6].

В рамках профильного обучения кейс-метод является ведущим при выборе методов организации образовательного процесса, т.к. при этом формируются не только предметные знания на деятельностном уровне, но и такие компетенции, как коммуникативность, оргдеятельность и т.д.

Список литературы

1. Барнс Л.Б., Кристенсен Р.К., Хансен Э.Дж. Преподавание и метод конкретных ситуаций: учебник, ситуации и дополнительная литература. – М.: Гардарики, 2000.

2. Китаева И.В., Щербатых С.В. Интерактивные методы в обучении стохастике учащихся основной школы (на примере кейс-метода и метода проектов) // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Педагогика, психология, 2013. – № 1 (12). – С. 107-110.

3. Козина И. Case study: некоторые методические проблемы // Рубеж, 1997. – № 10-11. – С. 177-189.

4. Спирина М.С. Элективные курсы по математике: учебно-методическое пособие для учителей профильных школ. – Тольятти: Фонд «Развитие через образование», 2006.

5. *Щербатых С.В.* Методика применения кейс-метода в профильном обучении (на примере стохастики) // Профильная школа, 2009. – № 5. – С. 54-57.

6. *Щербатых С.В.* Методическая система обучения стохастике в профильных классах общеобразовательной школы: диссертация ... доктора педагогических наук. – М., 2011. – 438 с.

7. *Ellet W.* The Case Study Handbook: How to Read, Discuss, and Write Persuasively About Cases. – Harvard Business School Press, 2007.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ



Алябьева Валентина Георгиевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического обеспечения вычислительных систем Пермского государственного национального исследовательского университета.

E-mail: alyabieva@rambler.ru

Асфиндиярова Вероника Владимировна – студентка физико-математического факультета Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.

E-mail: asfindiyarova92@mail.ru

Бажанов Валентин Александрович – доктор философских наук, профессор, заслуженный деятель науки Российской Федерации, заведующий кафедрой философии Ульяновского государственного университета.

E-mail: vbazhanov@yandex.ru

Богачев Владимир Игоревич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теории функций и функционального анализа механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

E-mail: vibogach@mail.ru

Буркин Игорь Михайлович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа Тульского государственного университета; профессор кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.

E-mail: i-burkin@yandex.ru

Буркина Лариса Ивановна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического моделирования Тульского государственного университета.

Бусев Василий Михайлович – начальник научно-аналитического отдела Научной педагогической библиотеки им. К.Д. Ушинского.

E-mail: vbusev@yandex.ru

Дворяткина Светлана Николаевна – доктор педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.

E-mail: sobdvor@yelets.lipetsk.ru

Демидов Сергей Сергеевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кабинетом истории математики и механики механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, заведующий сектором истории математики Института истории науки и техники РАН.

E-mail: serd42@mail.ru

Добрина Екатерина Александровна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.

E-mail: dobrinaea@mail.ru

Дробышев Юрий Александрович – доктор педагогических наук, профессор Калужского филиала Финансового университета при Правительстве РФ.

E-mail: drobyshev.yury2011@yandex.ru

Дробышева Ирина Васильевна – доктор педагогических наук, профессор, зав. кафедрой высшей математики и статистики Калужского филиала Финансового университета при Правительстве РФ.

E-mail: drobysheva2010@yandex.ru

Дробышева Светлана Юрьевна – аспирант Калужского государственного университета им. К.Э. Циолковского.

E-mail: drobyshev.yury2011@yandex.ru

Ельчанинова Галина Георгиевна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.

E-mail: Eltchaninova_gg@mail.ru

Ермолаева Наталия Сергеевна – кандидат физико-математических наук, доцент Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета.

E-mail: naterm@ne2301.spb.edu

Игнатушина Инесса Васильевна – кандидат физико-математических наук, доцент Оренбургского государственного педагогического университета.

E-mail: streleec@yandex.ru

Каюмов Олег Рашидович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики и экономики Филиала Омского государственного педагогического университета в г. Тара.

E-mail: Oleg_Kayumov@mail.ru

Киселева Елена Александровна – инженер факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова.

E-mail: lenakisseleva@gmail.com

Колягин Юрий Михайлович – академик РАО, доктор педагогических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, заслуженный учитель школы РФ.

E-mail: ukol254@mail.ru

Кондратьева Галина Вячеславовна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и геометрии Московского государственного областного университета.

E-mail: kondratevagv@mail.ru

Косарев Сергей Николаевич – аспирант Российского университета дружбы народов.

E-mail: snkosarev@gmail.com

Костин Сергей Вячеславович – старший преподаватель кафедры высшей математики Московского государственного технического университета радиотехники, электроники и автоматики.

E-mail: kostinsv77@mail.ru

Кошелева Наталья Николаевна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математика и математического моделирования Тольяттинского государственного университета.

E-mail: Savva01@mail.ru

Кузовлев Валерий Петрович – доктор педагогических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, заслуженный работник высшей школы РФ, академик Академии информатизации образования, Международной академии наук педагогического образования, Международной кадровой академии, Петровской академии наук и искусств, председатель Комитета по образованию, науке, культуре, спорту, делам семьи и молодежи Липецкого областного Совета депутатов.

Леонов Михаил Васильевич – кандидат биологических наук, ведущий научный сотрудник факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова.

E-mail: Leonow_M_W@cs.msu.su

Лобзина Юлия Валерьевна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и информационных технологий Орловского государственного университета.

E-mail: yvlobzina@mail.ru, yvlobzina@rambler.ru

Лопышов Александр Анатольевич – аспирант кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.

E-mail: alareb@mail.ru

Лыков Евгений Николаевич – ассистент кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.

E-mail: elean52@mail.ru

Марковичев Александр Сергеевич – кандидат физико-математических наук, доцент, заместитель директора Института педагогических исследований одаренности детей РАО (г. Новосибирск).

E-mail: edusoft@ngs.ru

Мельников Роман Анатольевич – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.

E-mail: roman_elets_08@mail.ru

Мерлина Надежда Ивановна – доктор педагогических наук, профессор кафедры дискретной математики и информатики Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова (г. Чебоксары).

E-mail: merlina@cbx.ru

Михеев Юрий Викторович – кандидат педагогических наук, заведующий лабораторией дидактики математического и естественнонаучного образования одаренных детей Института педагогических исследований одаренности детей РАО (г. Новосибирск).

E-mail: edusoft@ngs.ru

Мухан Вероника Сергеевна – аспирант Российского университета дружбы народов.

E-mail: snkosarev@gmail.com

Нгуен Нгок Хиен – аспирант кафедры математического анализа Тульского государственного университета.

Невокшинова Елена Алексеевна – учитель математики МБОУ СОШ № 8 г. Ельца, магистрант 2 курса Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.

E-mail: nike1212@yandex.ru

Никитин Александр Александрович – доктор физико-математических наук, профессор, академик РАО, директор Института педагогических исследований одаренности детей РАО (г. Новосибирск).

E-mail: edusoft@ngs.ru

Никитина Ольга Александровна – кандидат экономических наук, заведующая лабораторией образовательных технологий и развития одаренности Института педагогических исследований одаренности детей РАО (г. Новосибирск).

E-mail: edusoft@ngs.ru

Павлова Елена Сергеевна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики и математического моделирования Тольяттинского государственного университета.

E-mail: pes1978_26@mail.ru

Перцев Владимир Владимирович – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.

E-mail: mr.vladimir.pertsev@yandex.ru

Прокуратова Оксана Николаевна – старший преподаватель кафедры алгебры и геометрии Елецкого им. И.А. Бунина.

Рыманова Татьяна Евгеньевна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина, заместитель декана ОЗО физико-математического факультета.

E-mail: barkatelez@mail.ru

Саввина Ольга Алексеевна – доктор педагогических наук, профессор, зав. кафедрой математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.

E-mail: oas5@mail.ru

Сафронова Татьяна Михайловна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина, заместитель декана экономического факультета по учебной работе.

E-mail: stm657@mail.ru

Симоновская Галина Александровна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина, заместитель декана по учебной работе физико-математического факультета, докторант.

E-mail: Simonovskaj_g@mail.ru

Синкевич Галина Ивановна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета.

E-mail: galina.sinkevich@gmail.com

Солосина Ирина Сергеевна – ассистент кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.

E-mail: solosina.irina@list.ru

Тарасова Оксана Викторовна – доктор педагогических наук, профессор, зав. кафедрой геометрии и методики преподавания математики Орловского государственного университета.

E-mail: tarasova_orel@mail.ru

Тихомиров Владимир Михайлович – доктор физико-математических наук, заслуженный профессор Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: vmtikh@googlemail.com

Троицкий Виктор Петрович – старший научный сотрудник Библиотеки истории русской философии и культуры «Дом А.Ф. Лосева».

E-mail: vicpetro@pochta.ru

Черноусова Наталия Вячеславовна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина, заместитель декана по воспитательной работе физико-математического факультета.

E-mail: chernousovi@mail.ru

Щербатых Владимир Егорович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа и элементарной математики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.

E-mail: wega18@mail.ru

Щербатых Сергей Викторович – доктор педагогических наук, профессор кафедры математического анализа и элементарной математики, заведующий кафедрой автоматизированных систем управления и математического обеспечения Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.

E-mail: shcherserg@mail.ru

СОДЕРЖАНИЕ



ВСТУПЛЕНИЕ

<i>Демидов С.С., Мельников Р.А., Саввина О.А.</i>	3
---	---

РАЗДЕЛ I. Н.Н. ЛУЗИН – МАТЕМАТИК, ФИЛОСОФ, ПЕДАГОГ

<i>Тихомиров В.М.</i> Рождение Московской математической школы и Франция.....	12
<i>Богачев В.И.</i> Лузинские мотивы в современных исследованиях.....	18
<i>Добринина Е.А., Мельников Р.А.</i> Обзор научных трудов Н.Н. Лузина.....	43
<i>Бажанов В.А.</i> К оценке Н.Н. Лузиным идеи альтернативных логик.....	49
<i>Троцкий В.П.</i> К реконструкции одного философского диалога (о взглядах Н.Н. Лузина и А.Ф. Лосева на проблему континуума).....	54
<i>Колягин Ю.М., Саввина О.А.</i> Звездная судьба «вредительского» учебника Грэнвилля–Лузина.....	59
<i>Мерлина Н.И.</i> Первый чувашский математик – ученик Н.Н. Лузина.....	68
<i>Тарасова О.В.</i> Учебники «Дифференциальное исчисление» и «Интегральное исчисление» Николая Николаевича Лузина.....	79

РАЗДЕЛ II. МАТЕМАТИКА, ИСТОРИЯ И ФИЛОСОФИЯ МАТЕМАТИКИ

<i>Алябьева В.Г.</i> Многообразие конфигураций: от геометрических до тактических. Исторический очерк.....	84
<i>Буркин И.М., Буркина Л.И., Нгуен Нгок Хиен.</i> Об одном подходе к поиску скрытых колебаний в нелинейных системах. Проблема Калмана.....	91
<i>Ермолаева Н.С.</i> Феличе Казорати и его роль в развитии теории аналитических функций.....	96
<i>Игнатушина И.В.</i> Обзор развития дифференциальной геометрии в России XX столетия.....	103
<i>Лобзина Ю.В.</i> О вкладе А.Ю. Давидова в развитие аналитического способа решения задач механики.....	108
<i>Мельников Р.А.</i> Юбилейные и памятные даты 2013 года.....	111
<i>Синкевич Г.И.</i> Ранние теоретико-множественные представления. Михаэль Штифель о бесконечном количестве чисел на единичном отрезке.....	119
<i>Щербатых В.Е.</i> Оценки некоторых элементов фундаментальной матрицы решений.....	122

РАЗДЕЛ III. ИСТОРИЯ, ТЕОРИЯ И СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

<i>Асфиндиярова В.В., Лопышев А.А.</i> История России сквозь призму русского учебника математики.....	124
<i>Бусев В.М.</i> «Репрессированные» школьные учебники.....	128
<i>Дворяткина С.Н.</i> К вопросу о необходимости и возможности развития вероятностного стиля мышления студентов в процессе обучения математике.....	138
<i>Дробышев Ю.А., Дробышева И.В.</i> Использование персоналистического компонента истории математики для решения воспитательных задач.....	142
<i>Дробышева С.Ю.</i> Об актуальности подготовки будущих экономистов к педагогической деятельности.....	145
<i>Ельчанинова Г. Г.</i> Поисковые умения в деятельности по решению математической задачи.....	147
<i>Каюмов О.Р.</i> К вопросу о формах проведения университетских занятий по математике.....	155
<i>Кондратьева Г.В.</i> Исторический опыт модернизации школьного математического образования.....	158
<i>Косарев С.Н., Мухан В.С.</i> Плюсы и минусы онлайн-образования.....	161
<i>Костин С.В.</i> Принцип системности как интегративный принцип построения математической символики.....	164
<i>Кошелева Н.Н.</i> Проблема контроля математических знаний в высшей школе.....	171
<i>Кузовлев В.П., Саввина О.А.</i> О научных школах кафедры математического анализа и элементарной математики ЕГУ им. И.А. Бунина (к 20-летию со дня создания кафедры)	174
<i>Леонов М.В., Киселева Е.А.</i> Электронная картотека елецких студентов физмата Московского университета до 1918 года.....	179
<i>Лыков Е.Н.</i> К вопросу о влиянии прикладных задач на развитие познавательной самостоятельности студентов университета при обучении математике.....	186
<i>Невокионова Е.А.</i> К вопросу о математическом прогнозировании.....	189
<i>Никитин А.А., Марковичев А.С., Михеев Ю.В.</i> Становление математических курсов в физико-математической школе.....	191
<i>Никитина О.А.</i> Применение эпистемодидактических оценок и сравнений уровней учебного материала.....	198
<i>Павлова Е.С.</i> Виды тестов для организации контроля знаний по дисциплине «математика».....	201
<i>Перцев В.В.</i> Преподавание математики в дореволюционной гимназии.....	204

<i>Прокуратова О.Н.</i> Роль и место активных методов обучения математике в профессионально-личностном развитии будущего специалиста	209
<i>Рыманова Т.Е., Черноусова Н.В.</i> Надпредметность как философская категория.....	212
<i>Сафронова Т.М.</i> К вопросу об организации самостоятельной работы студентов при изучении математического анализа.....	215
<i>Симоновская Г.А.</i> Проблемы математической подготовки бакалавра педагогического образования.....	218
<i>Солосина И.С.</i> О методическом труде «Введение в алгебру и разложение алгебраических выражений на множители» В.В. Голубева.....	222
<i>Щербатых С.В., Добрина Е.А.</i> Кейс-метод в условиях профилизации общеобразовательной школы (предметная область – «математика»).....	227
ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ	232

Научное издание

**СБОРНИК ТРУДОВ ВСЕРОССИЙСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
ПО ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО
ОБРАЗОВАНИЯ, ПОСВЯЩЕННОЙ 130-ЛЕТИЮ
СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ Н. Н. ЛУЗИНА**

9 - 10 декабря 2013 г.

Техническое исполнение – В. М. Гришин

Технический редактор – Н.П. Безногих

Корректор – О.И. Шемонаева

Лицензия на издательскую деятельность

ИД № 06146. Дата выдачи 26.10.01

Формат 60 x 84 /16. Гарнитура Times. Печать трафаретная

Усл.печ.л. 15,0 – Уч.изд. 15,2

Тираж 500 (1-й завод 1-80 экз.). Заказ 133

Отпечатано с готового оригинала-макета на участке оперативной полиграфии
Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
399770, г. Елец, ул. Коммунаров, 28